Matemática financiera:

aplicaciones en ingeniería, administración y economía

Matemática financiera:

aplicaciones en ingeniería, administración y economía

Roberto Alfonso Montenegro Robles
Orcid 0000-0002-2860-0564
Fundación Universidad de América

Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

Publicaciones
ua
Universidad de América

Bogotá D.C., Colombia, 2023

Catalogación en la publicación Fundación Universidad de América.

Montenegro Robles, Roberto Alfonso.

Matemática financiera: aplicaciones en ingeniería, administración y economía.

Incluye ejemplos compatibles con los Objetivos de Desarrollo Sostenible / Roberto Alfonso Montenegro Robles. Bogotá, D. C. Fundación Universidad de América, 2023. i-vi.

176 páginas: figuras, tablas.

Referencias p.173.

ISBN: 978-628-95176-7-5

Primera edición, 2023 CDD M777.

Título: Matemática financiera:
aplicaciones en ingeniería, administración y economía.

Primera edición, 2023.

@ Roberto Alfonso Montenegro Robles.

@ 2023 Fundación Universidad de América Dirección de Investigaciones www.uamerica.edu.co

EcoCampus de los Cerros:
Avda. Circunvalar N 20-53–Bogotá D. C. Colombia. Teléfono: (+571) 3 37 6680
Correo electrónico: coordinador.editorial@uamerica.edu.co

Libro electrónico
publicado a través de la plataforma Open Monograph Press. Edición en formato PDF.

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida ni en su totalidad ni en sus partes, tampoco registrada o transmitida por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio sea mecánico, fotoquímico, electrónico, magnético, electróoptico, por fotocopia o cualquier otro, sin el permiso previo por escrito de la editorial.

Cuerpo Directivo

MARIO POSADA GARCÍA PEÑA
Presidente Institucional y rector del Claustro

LUIS JAIME POSADA GARCÍA PEÑA
Consejero Institucional

ALEXANDRA MEJÍA GUZMÁN
Vicerrectora Académica y de Investigaciones

RICARDO ALFONSO PEÑARANDA CASTRO
Vicerrector Administrativo y Financiero

JOSÉ LUIS MACÍAS RODRÍGUEZ
Secretario General

LUIS FERNANDO SÁNCHEZ HUERTAS
Director de Investigaciones

MARÍA MARGARITA ROMERO ARCHBOLD
Decana Facultad de Arquitectura

ESTEBAN DURÁN BECERRA
Decano Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

NALINY PATRICIA GUERRA PRIETO
Decana Facultad de Ingenierías

CARLOS MAURICIO VELOZA VILLAMIL
Decano Facultad de Ciencias y Humanidades

Fundación
Universidad de América
Código SNIES 1715

A Dios y a mi familia

Índice General

1. Justificación 11

2. Interés simple 13

2.1. Ejercicio 15

2.2. Expresiones algebraicas del interés simple 16

2.2.1. Ejercicios de interés simple 20

2.3. Clases de interés simple 26

2.3.1. Cálculo del tiempo cuando el periodo es inferior a un año ... 26

3. Interés compuesto 31

3.1. Expresiones algebraicas del interés compuesto 35

3.2. Ejercicios de interés compuesto 37

4. Tasa efectiva y tasa nominal 43

4.1. Tasa nominal (J) 43

4.2. Tasa periódica o efectiva (i) 44

4.3. Equivalencia de tasas 46

4.4. Ejemplos de cálculo de equivalencia de tasas 47

4.5. Ejercicios de práctica 52

5. Ecuaciones de valor 53

5.1. Definiciones 53

5.2. Estructura de solución 53

6. Anualidades 73

6.1. Valor presente de una anualidad (VP^A) 74

6.2. Valor futuro de una anualidad (VF^A) 85

6.3. Anualidad anticipada 89

6.4. Valor futuro de una anualidad anticipada (VF^{AA}) 89

6.5. Obtención de las expresiones de una anualidad 96

6.6. Obtención de expresiones de valor futuro de una anualidad 99

7. Gradientes 101
7.1. Valor presente de gradiente aritmético (VP^{GA}) 101
7.2. Valor futuro de gradiente aritmético (VF^{GA}) 117
7.3. Gradiente Aritmético Infinito (GAI) 119
7.4. Valor presente de gradiente geométrico (VP^{GG}) 122
7.4.1. Valor presente de gradiente geométrico (VP^{GG}) 125
7.5. Valor futuro de gradiente geométrico (VF^{GG}) 131
7.6. Gradiente Geométrico Infinito (GGI) 133
7.7. Obtención de las expresiones de los gradientes 135
8. Evaluación de alternativas de inversión 139
8.1. Proyecto definición 139
8.2. Clases de proyectos 140
8.3. Un proyecto desde la prefactibilidad y la factibilidad 140
8.4. El proyecto desde las etapas 141
8.5. Desde el punto de vista financiero 142
8.6. El flujo de fondos financiero 143
8.7. Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE) 151
8.8. Ejercicios 170
Referencias.. 173

Prólogo

El texto aborda los principales temas de matemática financiera, utilizando una metodología de ejercicios de ingeniería (química, industrial, mecánica y de petróleos), administración y economía. En algunos apartados presenta un enfoque matemático, con el fin de que el lector comprenda el proceso y obtenga un soporte más allá de los resultados por medio de calculadoras.

El autor es economista, cuenta con un magíster en Economía y es candidato a doctor en Dirección de Proyectos. Ha desempeñado cargos en el sector público como gestor empresarial, referente de productividad e interventor técnico, y en el ámbito privado como econometrista, desarrollador de modelos de optimización y docente en diferentes universidades.

Introducción

Las matemáticas financieras implican la comprensión de operaciones bancarias, en el sentido de plantear y ejecutar cálculos numéricos, e interpretar información e indicadores financieros en contexto para tomar decisiones.

El objetivo de este texto es analizar a fondo los principales temas de la materia mediante ejercicios aplicados en ingeniería (química, industrial, mecánica), administración y economía.

En algunos apartados presenta un enfoque matemático, con el fin de que el lector comprenda el proceso y acceda a un soporte, más allá de la simple obtención de resultados a través de calculadoras.

En la primera parte se analiza el interés simple y compuesto, abarcando las posibles variaciones ejemplificadas. La segunda comprende la equivalencia de tasas desde una perspectiva matemática más robusta, sin perder la sencillez ni el desarrollo metodológico, con ejemplos aplicados.

Más adelante, en la tercera parte se establece el concepto de equivalencia financiera en el tiempo, desarrollando una de las principales aplicaciones como las ecuaciones de valor, y se introduce el concepto de fecha focal. Posteriormente, la cuarta sección aborda el concepto de anualidad, una de las modalidades más utilizadas en el mercado financiero para pagar o ahorrar, mediante ejercicios prácticos para el lector. El cuarto apartado detalla los pagos uniformes, pero con énfasis en aquellos que crecen de forma lineal o exponencial, especialmente en valor presente.

La parte final incluye los indicadores de bondad financiera: Valor Presente Neto (VPN); Tasa Interna de Retorno (TIR); Relación Beneficio-Costo (RB/C), y el Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE), herramientas útiles para comparar y analizar proyectos de inversión.

Palabras clave: anualidades, gradientes, relación beneficio costo, costo anual uniforme equivalente.

CAPÍTULO 1

Justificación

¿Por qué es importante la matemática financiera? Porque permite al individuo estructurar cualquier problema que involucre el uso de recursos (públicos o privados), estimar sus implicaciones o anticipar escenarios suministrando información útil sobre distintas opciones, que se convierten en estrategias para la toma de decisiones.

¿Qué preguntas me ayuda a resolver la matemática financiera?

En el día a día:

- ¿Cuánto vamos a pagar en total por un artículo?
- El banco A me ofrece unas condiciones, el banco B me ofrece otras. ¿Cuál es la mejor alternativa de financiación?
- ¿Cuál es la mejor alternativa de financiación de una vivienda?
- Si invierto un capital durante determinado tiempo, ¿cuánto dinero recibiré al final?
- ¿Cuánto tiempo debo esperar para que se duplique una inversión?
- ¿Cuál es la mejor alternativa de inversión para mis recursos?

¿Qué y cuáles son los diagramas de flujo de efectivo y cuál es su importancia en la matemática financiera? Son representaciones gráficas que nos permiten ver todos los elementos que involucra el uso del dinero en el tiempo.

Notación		
p	=	valor presente
f	=	valor futuro, monto, valor final, valor nominal.
i	=	tasa de interés del periodo
n	=	número de periodos

En la Figura 1.1 podríamos representar una situación donde se invierte un capital (K) hoy; es decir, este será el "valor presente (P)", en un banco que paga un interés (i). Si el dinero se invierte durante cierto tiempo (n), la incógnita será ¿cuánto recibiremos en Valor Futuro (F) por dicha inversión ?

En la Figura 1.2 podríamos representar una situación donde hoy se recibe un dinero en calidad de préstamo "Valor Presente (P)". Si con el banco se pacta el préstamo a una tasa de interés (i), y el préstamo se realiza durante cierto tiempo (n), la incógnita será ¿cuánto se deberá pagar al final del periodo pactado "Valor Futuro (F)"?

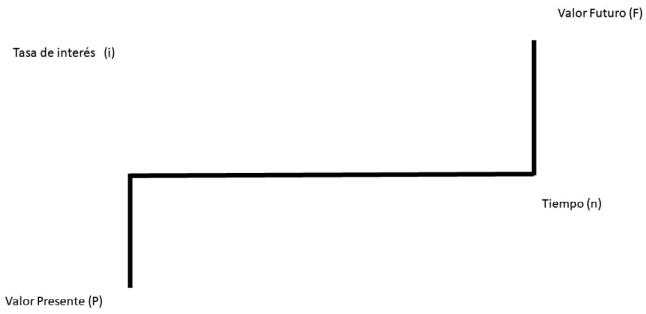

Figura 1.1. *Representación gráfica en un flujo de caja.*

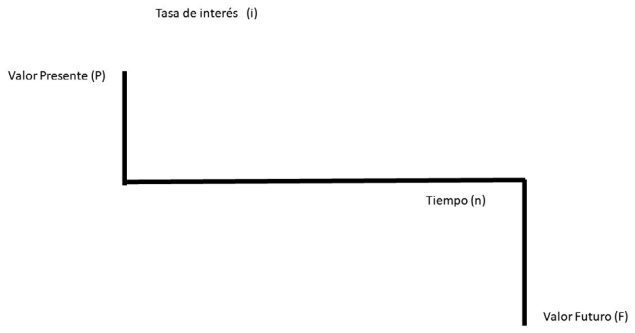

Figura 1.2. *Representación gráfica en un flujo de caja.*