Mecánica de fluidos

Juan Andrés Sandoval Herrera

Fundación
Universidad de América

Sandoval Herrera, Juan Andrés
Mecánica de fluidos/ Juan Andrés Sandoval Herrera. –Bogotá: Fundación Universidad de América, 2018. 160p.

ISBN: 978-958-8517-36-0

1. Mecánica de fluidos - 2. Dinámica de fluidos – 3. Estática de fluidos – 4. Magnitudes

CDD 620.106

Primera edición, junio de 2018

Equipo editorial

Coordinación editorial
Claudia Caicedo Pinzón

Revisión de estilo y apoyo editorial
Carlos Bastidas Zambrano

Diseño de carátula
Daniela Mijares

Armada e impresión
DGP Editores SAS

Ediciones Universidad de América
Av. Circunvalar No. 20–53
Calle 106 No. 19-18
Bogotá, Colombia
edicionesuamerica@uamerica.edu.co

CONTENIDO

Introducción 7

FUNDAMENTOS 9

Guía 1. Sistemas de unidades 11
- Competencias específicas 11
- Resumen de teoría 11
- Ejercicios resueltos de conversión de unidades 13
- Ejercicios propuestos 15
- Bibliografía 15

Guía 2. Propiedades de los fluidos 16
- Competencias específicas 16
- Resumen de teoría 16
- Ejercicios resueltos 24
- Ejercicios propuestos 27
- Bibliografía 28

Guía 3. Análisis y semejanza dimensional 30
- Competencias específicas 30
- Resumen teórico de análisis dimensional 30
- Ejemplo del método algebraico 30
- Ejemplo del método del cociente dimensional 32
- Ejercicios propuestos de análisis dimensional 33
- Resumen teórico de semejanza dimensional 34
- Ejemplo de semejanza dimensional 34
- Ejercicios propuestos de semejanza dimensional 36
- Bibliografía 36

ESTÁTICA DE FLUIDOS 37

Guía 4. Concepto, medida y aplicaciones de la presión 39
- Competencias específicas 39

Resumen de conceptos básicos de presión hidrostática 39
Definición y aplicaciones 39
Ecuación de la presión hidrostática 40
Consecuencias de la presión hidrostática 41
Instrumentos de medida de la presión 41
Ejercicios resueltos 43
Ejercicios propuestos 46
Bibliografía 48
Guía 5. Fuerzas hidrostáticas sobre superficies sumergidas 49
Competencias específicas 49
Resumen teórico 49
Generalidades 49
Fuerza resultante y centro de presión en pared rectangular 50
Fuerza resultante y centro de presión en cualquier superficie 50
Ejemplos resueltos 51
Ejercicios propuestos 53
Bibliografía 54
Guía 6. Flotabilidad de cuerpos sumergidos en fluidos 55
Competencias específicas 55
Resumen teórico 55
Generalidades 55
Procedimiento de solución de problemas de flotabilidad 56
Ejemplos resueltos 56
Ejercicios propuestos 59
Bibliografía 60
Taller de repaso para el parcial 61

Dinámica de fluidos 69

Guía 7. Ecuación de continuidad y ecuación de Bernoulli 71
Competencias específicas 71
Resumen teórico de ecuación de continuidad 71
Relaciones de flujo 71
Ecuación de continuidad 72
Ejercicios resueltos de continuidad 72
Resumen teórico de ecuación de Bernoulli 75
Ejercicios resueltos de aplicaciones de Bernoulli 77
Ejercicios propuestos de la guía 80

Factores de conversión de unidades 80
Tasas de flujo de fluido 81
Ecuación de continuidad 81
Bernoulli 81
Complemento: teoría sobre tuberías y tubos 82
Bibliografía 83
Guía 8. Ecuación general de energía aplicada a un fluido 84
Competencias específicas 84
Resumen teórico 84
Formas de energía de un fluido 84
Formas de transferencia de energía 85
Ecuación general de balance de energía 86
Ejercicios resueltos 87
Ejercicios propuestos 97
Bibliografía 98
Guía 9. Pérdidas primarias de energía 99
Competencias específicas 99
Resumen teórico 99
Pérdidas primarias en régimen laminar 99
Pérdidas primarias en régimen turbulento 101
Ejercicios resueltos 102
Ejercicios propuestos 107
Bibliografía 108
Guía 10. Pérdidas secundarias de energía 109
Competencias específicas 109
Resumen teórico 109
Generalidades 109
Procedimiento de cálculo del coeficiente de resistencia, K 110
Ejercicios resueltos 112
Preguntas teóricas 119
Ejercicios propuestos 119
Bibliografía 120
Taller de repaso para el segundo parcial 121
Guía 11. Sistemas de tuberías en serie 123
Competencias específicas 123
Resumen teórico 123
Sistemas en serie clase I 123

Sistemas en serie clase II 123
Sistemas en serie clase III 124
Problemas resueltos de cada clase 124
Problemas propuestos 132
Bibliografía 133
Guía 12. Sistemas de tuberías en paralelo 135
Competencias específicas 135
Resumen teórico 135
Problema resuelto 136
Ejercicio propuesto 138
Bibliografía 138
Guía 13. Bombas 139
Competencias específicas 139
Resumen teórico 139
Tipos de bombas 139
Características de las bombas de desplazamiento positivo 140
Rendimiento de bombas centrifugas 141
Tamaño de una bomba centrífuga 142
Velocidad del impulsor 143
Leyes de afinidad de las bombas centrífugas 143
Curvas del fabricante de bombas 144
Selección del tipo de bomba 144
Tipo de flujo en bombas cinéticas 145
NPSH 146
Problemas resueltos 147
Problemas propuestos 150
Bibliografía 151
Respuestas de los ejercicios seleccionados 152

Introducción

La mecánica de fluidos es una rama de la física que estudia el comportamiento de los fluidos y sus interacciones con cuerpos sólidos. Tiene que ver con los fluidos en reposo y en movimiento, así como con las fuerzas involucradas. Los postulados básicos de la mecánica de fluidos se fundamentan en la termodinámica clásica, aunque se apoyan también en las matemáticas, la geometría vectorial y la física. El estudio de la mecánica de fluidos tiene la posibilidad de enfocarse específicamente en lo teórico o solo en lo tecnológico. Sus aplicaciones más importantes pueden encontrarse en áreas como la medicina, la biología o las ingenierías, al igual que en campos de alto desarrollo tecnológico, como la aeronáutica o la ingeniería aeroespacial.

Mecánica de fluidos se soporta en un enfoque práctico; aquí se proponen guías de estudio y ejercicios prácticos de cada temática. La obra desarrolla una fundamentación teórica general, que está enfocada principalmente en el flujo de fluidos incompresibles. Su perspectiva parte de la transversalidad de los conceptos y aplicaciones, algo propio del ejercicio del diseño y control de sistemas de flujo o almacenamiento de fluidos.

La obra se estructura en tres capítulos, trece guías y dos talleres de repaso. El capítulo I propone tres guías sobre conceptos generales aplicables a la mecánica de fluidos y otras áreas de la ingeniería: la guía 1 trata sobre los sistemas de unidades y la notación de magnitudes fundamentales y derivadas; la guía 2 estudia las propiedades y los principios que definen a los fluidos; la guía 3 explica las variables dimensionales y adimensionales, así como los grupos adimensionales más importantes en mecánica de fluidos.

El capítulo II trata acerca de la estática de fluidos (hidrostática) y está estructurada en tres guías: la guía 4 desarrolla el concepto de la presión manométrica; la guía 5 trata sobre la fuerza ejercida por un fluido estático sobre superficies en contacto (fuerzas hidrostáticas); la guía 6 estudia el concepto de flotabilidad de cuerpos sumergidos, así como explica el cálculo de las fuerzas resultantes en una determinada situación de flotabilidad.

El capítulo III desarrolla el concepto de dinámica de fluidos, enfocado principalmente en el caso de los fluidos incomprensibles: la guía 7 aplica los teoremas de conservación de materia y energía en elementos fluidos, al igual que aplica la ecuación de Bernoulli a diferentes modos de transporte de fluidos; la guía 8 analiza problemas relacionados con pérdidas de energía primarias y secundarias sin usar ecuaciones y aborda el concepto de eficiencia mecánica; la guía 9 estudia las pérdidas de energía en el transporte de fluidos, así como el cálculo de Reynolds para determinar el régimen de flujo; la guía 10 trata específicamente sobre pérdidas secundarías de energía y criterios de selección de válvulas; la guía 11 explica la metodología de cálculo de las diferentes clases de sistemas de tubería en serie y el uso de hojas de cálculo para analizar los resultados; la guía 12 propone el estudio y cálculo de los principios fundamentales inherentes a los sistemas de tubería en paralelo, y la guía 13 resume y aplica los conceptos básicos relacionados con la selección de bombas para sistemas de transporte de fluidos incompresibles.

Cada guía sintetiza conceptos teóricos y prácticos, no muestra la deducción de las ecuaciones fundamentales, sino su significado y aplicación. Igualmente, propone, explica y resuelve ejercicios prácticos en los que se aplica la temática de la guía (las respuestas están en el apartado final de la obra). Este libro propone dos talleres de repaso: el taller 1 evalúa propiedades de los fluidos e hidrostática y el taller 2 evalúa ecuación de continuidad, teorema de Bernoulli, ecuación general de energía y pérdidas primarias y secundarias de energía.

La información desarrollada en *Mecánica de fluidos* es producto de mi trabajo como docente, está basada en guías teóricas, guías de laboratorio, hojas de cálculo, ejercicios propios y vídeos que he propuesto durante estos años de experiencia y con los que he estructurado los procesos de aprendizaje de esta materia. *Mecánica de fluidos* no pretende reemplazar los libros clásicos, sino complementarlos desde una nueva propuesta pedagógica, en la que el docente es guía del aprendizaje y el estudiante es responsable de sus procesos de conocimiento.

FUNDAMENTOS

Guía 1. Sistemas de unidades

Competencias específicas

- Conocer las magnitudes fundamentales y derivadas.
- Entender el uso de prefijos y la notación del Sistema Internacional de Unidades.
- Hacer uso de los factores de conversión en unidades del Sistema Internacional y entre este sistema y el Sistema Inglés.

Resumen de teoría

Un sistema de unidades es un conjunto de magnitudes (con sus correspondientes unidades y equivalencias) que expresa medidas de diferentes cantidades o dimensiones físicas. Hoy en día se usan más frecuentemente el Sistema Inglés (Imperial) y el Sistema Internacional (SI).[1] En este curso se enfatiza en el Sistema Internacional por ser más sencillo; igualmente, aquí se trabaja con los sistemas absolutos de unidades, en los que la fuerza es una magnitud derivada y la masa es una magnitud fundamental.

Los términos más comunes de estos sistemas son:

- *Magnitudes fundamentales de los sistemas absolutos*: longitud (L), masa (M), tiempo (T), temperatura (θ), cantidad de sustancia (N), intensidad de corriente (I), intensidad lumínica (J).
- *Magnitudes derivadas*: densidad (ρ), volumen (V), fuerza (F), velocidad (v), aceleración (a), presión (p), energía (E), potencia (P), viscosidad absoluta (μ), viscosidad cinemática (υ), entre otras.
- *Unidades, múltiplos y submúltiplos de las magnitudes fundamentales del Sistema Internacional*: la unidad (base) de cada magnitud corresponde generalmente con el patrón que se establece y que se conserva en condiciones estrictas. Los múltiplos son medidas mayores al patrón. Los submúltiplos son medidas menores.

Las tablas 1 y 2 muestran un resumen de las magnitudes fundamentales en cada sistema con sus correspondientes múltiplos y submúltiplos más comunes.

[1] En la bibliografía se recomiendan algunas fuentes que tratan sobre la historia de estos sistemas de unidades

Tabla 1. Magnitudes fundamentales del Sistema Internacional

Magnitud	Unidad fundamental	Múltiplos	Submúltiplos
Longitud	Metro (m)	Decámetro (Dam) = 10 m Hectómetro (Hm) = 100 m Kilómetro (Km) = 1000 m Megámetro (Mm) = 10^6 m Gigámetro (Gm) = 10^9 m	Decímetro (dm) = 0.1 m Centímetro (cm) = 0.01 m Milímetro (mm) = 0.001 m Micrómetro (μm) = 10^{-6} m Nanómetro (nm) = 10^{-9} m
Masa	Kilogramo (kg)	Tonelada métrica (Ton) = 10^3 kg	Gramo (g) = 0.001 kg
Tiempo	Segundo (s)	Minuto (min) = 60 s Hora (h) = 3600 s Día (día) = 86 400 s	Décimas = 0.1 s Centésimas = 0.01 s Milésimas = 10^{-3} s
Temperatura	Kelvin (K)		
Cantidad de sustancia	Mol (N)	Kilogramo-mol (kg-mol)	Miligramo mol (milimol) = 10^{-3} mol
Cantidad de corriente	Ampere (A)		

Tabla 2. Magnitudes fundamentales del Sistema Inglés

Magnitud	Unidad fundamental	Múltiplos	Submúltiplos
Longitud	Pie (ft)	Yarda (yd) = 3 ft Milla (mi) = 1760 yd	Pulgada (in), 1 ft = 12 in
Masa	Libra masa	1 ton corta = 2000 lb	Onzas (oz), 1 lb = 16 oz
Tiempo	Segundo (s)	Minuto (min) = 60 s Hora (h) = 3600 s Día (día) = 86 400 s	Décimas = 0.1 s Centésimas = 0.01 s Milésimas = 10^{-3} s
Temperatura	Rankine (°R)		
Cantidad de sustancia	Mol (N)	libra-mol (lb-mol)	

Los prefijos del Sistema Internacional son afijos derivados del griego que se anteponen al nombre de la unidad y que en muchos casos corresponden a una potencia de diez. Así, por ejemplo, *deca* significa diez y corresponde a diez veces la unidad patrón (p. ej., decagramo equivale a diez gramos, decámetro equivale a diez metros) o *kilo* significa mil (p. ej., un kilogramo equivale a mil gramos, un kilómetro equivale a mil metros).

En el Sistema Inglés los múltiplos y submúltiplos no tienen un prefijo que los identifique o que permita saber a cuántas veces la unidad patrón corresponden. Por ejemplo, un pie corresponde a doce pulgadas; pero ni pie ni pulgada se pueden entender matemáticamente. Esto se debe al origen de cada sistema (véase bibliografía).

Las magnitudes derivadas en el Sistema Internacional también se ayudan de los prefijos para entender la equivalencia. Por ejemplo, un kilowatt equivale a mil Watt. No pasa lo mismo con las unidades de las magnitudes derivadas del Sistema Inglés. En la tabla 3 se muestran algunas magnitudes derivadas con su unidad principal y la de uso común para los dos sistemas:

Tabla 3. Magnitudes derivadas más usadas

Magnitud	Sistema Internacional	Sistema Inglés
Velocidad	m/s (km/h)	pie/s
Volumen	m^3 (L)	pie^3
Densidad	kg/m^3 (g/cm^3=g/mL)	lbm/ pie^3
Fuerza	newton, N	Libra fuerza, lbf
Presión	pascal, Pa	psi
Energía	joule, J	lbf –pie
Viscosidad absoluta	Pa *s	(lbf/pie^2) * s
Viscosidad cinemática	m^2/s	pie^2/s
Potencia	watts, W	lbf – pie /s, Btu
Flujo volumétrico	m^3/s (L/min)	pie^3/s, galón / minuto (gpm)

Ejercicios resueltos de conversión de unidades

Ejercicio 1

Convertir 36 km/h a m/s y ft/s:

$$36\frac{km}{h}*\frac{1000\ m}{1\ km}*\frac{1\ h}{3600\ s}=10\frac{m}{s}$$

$$10\frac{m}{s}*\frac{1\,ft}{0.3048\ m}=32.8\frac{ft}{s}$$

Ejercicio 2

Un tanque cilíndrico tarda 1 hora y 20 minutos en vaciarse. Suponiendo que su altura es 3 m y su diámetro es 150 cm, determine su flujo volumétrico de salida en condiciones ideales en unidades oficiales y en L/min.

$$V = A * h = \pi * r^2\, h = \pi D^2/4 * h = \pi*[150\ \text{cm}*(1\text{m}/100\ \text{cm})]^2/4 * 3\ \text{m} = 5.3\ \text{m}^3$$

$$Q = V/t = 5.3\ \text{m}^3/(1\ h * 3.600\ s/1\ h + 20\ \text{min} * 60\ s/1\ \text{min}) = 0.0011\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q = 0.0011\frac{m^3}{s} * \frac{60.000\frac{L}{\min}}{\frac{1\ m^3}{s}} = 66.25\ L/\min$$

Ejercicio 3

Establecer qué unidades debe tener la constante en la siguiente ecuación para que sea dimensionalmente homogénea.

$$Q = C\sqrt{\frac{2g}{1-\left(d_1/d_2\right)}} * A * \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$$

Donde Q = caudal; C = constante; g = aceleración de la gravedad; d_1, d_2 = diámetros de boquillas; A = área de descarga de boquilla, p = presión; ρ = densidad.

Solución

Lado izquierdo:

$$(Q) = (m^3/s)$$

Lado derecho:

$$C*[(m/s^2)^{1/2}*m^{2}*[(kg/m*s^2)/(kg/m^3)]^{1/2}] = C*(m^{1/2}*s^{-1}*m^2*m*s^{-1}).$$

Entonces, igualando:

$$(m^3\ s^{-1}) = C\ (m^{7/2} * s^{-2})$$

Y despejando las unidades de C:

$$(s^*m^{-1/2})$$

Ejercicios propuestos

1. Fluye 1 L de agua (densidad de 1 kg/L) por un tubo de 2 in de diámetro con una velocidad de 4 ft/s. a) ¿Cuánta energía cinética en J tiene el agua?; b) ¿cuál es la velocidad de flujo volumétrico en gpm?
2. Un vaso de precipitados se puede aproximar a un cono circular de 7 cm de diámetro y 9 cm de alto. Cuando se llena con líquido, el vaso pesa 170 g; cuando está vacío, 20 g. Estimar la densidad del líquido en unidades del sistema Internacional. Busque la fórmula del volumen del cono circular.
3. Indique cuáles de las siguientes expresiones están mal formuladas en cuanto a nomenclatura de unidades: a) 30 kg/M; b) 0.02 L/s; c) 500 Pas; d) Pa*s; e) 1.3E3 seg; f) 50 Kw.

Bibliografía

Galán, José. (1959). *Sistema de unidades físicas.* Murcia, España: Universidad de Murcia.

Orellana, Graciela. (2008). Tabla de equivalencia de unidades [presentación SlideShare]. Recuperado de http://www.slideshare.net/gracielacoach/tablas-de-equivalencias-de-unidades

Thompson, Ambler, y Taylor, Barry. (2008). *Guide for the use of the International System of Units (SI)* (NIST Special Publication 811). Gaithersburg, EE. UU.: National Institute of Standards and Technology.

Guía 2. Propiedades de los fluidos

Competencias específicas

- Conocer la definición de fluido y sus principales consecuencias.
- Distinguir entre gas y líquido.
- Entender los principios fundamentales de las propiedades más importantes de los fluidos.

Resumen de teoría

Definición de fluido

Sustancia incapaz de conservar su forma cuando se ejerce sobre ella una fuerza. No tiene volumen propio. Adopta la forma del recipiente que lo contiene. Se mueve ante cualquier esfuerzo normal o cortante, es decir, fluye. Las sustancias más abundantes de la naturaleza son fluidos: aire y agua, principalmente. También hay otras sustancias que dependiendo de la temperatura o de otras condiciones se comportan como líquidos o como sólidos. En este curso se estudiarán solo las sustancias que bajo las condiciones de operación son líquidas o gases.

Diferencias entre gas y líquido

Un gas es fácilmente compresible; mientras que un líquido se puede considerar incompresible. Un gas ocupa todo el volumen disponible; un líquido, por su parte, puede tener un volumen mayor o menor que el recipiente que lo intenta contener. Si el volumen del líquido es menor que el del recipiente, se identifica con claridad la superficie del líquido (no sucede así con los gases). Las densidades de los gases son menores que las de los líquidos.

Principales propiedades de los fluidos

Densidad

Es la cantidad de masa por unidad de volumen de una sustancia. Está relacionada con el grado de compactibilidad de la misma. Se puede calcular matemáticamente como la relación masa a volumen.

Tabla 4. Densidad: fórmula y unidades

Fórmula	Unidades	
	Sistema Internacional	Sistema Inglés
$\rho = m/V$	kg/m^3	lbm/ft^3

La densidad del agua a 20 °C es 999.8 kg/m^3; pero se suele aproximar a 1000 kg/m^3, que es el valor máximo que toma a 4 °C. Al respecto, hay que recordar que el agua sólida (el hielo) tiene menos densidad que el agua líquida.

Valor de la densidad del agua en otras unidades: 1.94 $slug/pie^3$ o 62.4 lbm/ft^3 a 60°F (1 lbm = 32.17 slug).

Densidad relativa

Es la relación entre la densidad de una sustancia y la densidad de otra que se toma como referencia. Se le suele representar con una letra S, G, o s. g. (*specific gravity*). Se calcula para los líquidos (y sólidos) como el cociente de la densidad de una sustancia a la densidad del agua a 4 °C, o como el cociente del peso específico de una sustancia al peso específico del agua a 4 °C.

Fórmula para líquidos:[2]

$$S = \frac{\rho_i}{\rho_{H_2O\ a\ 4°C}}$$

Fórmula para gases:

$$S = \frac{\rho_i}{\rho_{aire\ a\ 20°C}}$$

La densidad relativa no tiene unidades, es adimensional. Sin embargo, se suelen usar escalas, como grados API, Brix, etc. Por ejemplo, la escala de grados API:

$$°API = \frac{141.5}{S_{a\ 60\ °F}} - 131.5$$

Los crudos livianos (ligeros) tienen grados API >31.1. Los crudos extrapesados tienen grados API < 10

2 La fórmula para líquidos es la misma fórmula de los sólidos.

Peso específico

Esta variable es de gran importancia en los temas de flotabilidad de cuerpos sumergidos en fluidos, ecuación general de energía y potencia de bombas. Es la cantidad de peso por unidad de volumen de una sustancia. Se puede calcular como el cociente peso a volumen o como el producto densidad por gravedad, tomando generalmente la gravedad como 9.8 m/s^2 en el Sistema Internacional o 32.2 pie/s^2 en el Sistema Inglés.

Tabla 5. Peso específico: fórmula y unidades

Fórmula	Unidades	
	Sistema Internacional	Sistema Imperial (Inglés)
$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g$	N/m^3	lbf/ft^3

Peso específico del agua a 20 °C es 9800 N/m^3 (9.8 kN/m^3) en el Sistema Internacional o 62.43 lbf/pie^3 en el Sistema Inglés. En este último sistema hay que tener en cuenta que el peso específico tiene el mismo valor que la densidad para todas las sustancias, aunque cambian sus unidades (lbm/pie^3 para la densidad y lbf/pie^3 para el peso específico).

Temperatura

Desde el punto de vista termodinámico, se puede definir como la medida del promedio estadístico de la energía cinética de las partículas de una sustancia. En la siguiente tabla se presentan las unidades de la temperatura en los sistemas más usados.

Tabla 6. Temperatura: unidades absolutas y relativas

	Sistema Internacional	Sistema Imperial
Absoluto	(Kelvin) K	(Rankine) °R
Relativo	(Celsius) °C	(Farenheit) °F

La diferencia entre "absoluto" y "relativo" está en que las escalas absolutas (K y °R) parten del 0 termodinámico y, por ende, no adoptan valores negativos; por su parte, la escala relativa se basa en la diferencia entre dos puntos arbitrarios: punto de fusión y punto de ebullición (del agua). Puede tomar valores negativos si la temperatura de la sustancia analizada es inferior al punto de fusión del agua. Según sea el número de divisiones entre estos dos puntos, la amplitud de la escala será 100 °C o 180 °F.

Tabla 7. Conversión de escalas

$K = °C + 273.15$
$R = °F + 460$
$F = 1.8(°C) + 32$

Presión

Medida estadística de la fuerza promedio de los choques de las partículas que componen una sustancia. En términos macroscópicos, la presión es la fuerza ejercida por una sustancia sobre la unidad de área. Así como en el caso de la temperatura, para la presión hay dos escalas en cada sistema. La escala absoluta parte del supuesto vacío absoluto, es decir, si no hay partículas los choques y la presión serán 0. No tiene valores negativos. Por el contrario, la presión manométrica (que es relativa) toma como referencia (o como 0) la presión atmosférica. Si no se dice lo contrario, se asume el valor estándar (101 325 Pa o 14.7 psia) para la presión atmosférica. Por otra parte, la presión atmosférica varía según latitud, altitud y condiciones climatológicas. En casos muy específicos es necesario conocer con exactitud el valor de la presión atmosférica local.

Si un fluido está a presión absoluta inferior a la presión atmosférica (local o estándar), su presión manométrica será negativa (vacío). Si está a presiones por encima de la presión atmosférica, su presión manométrica será positiva. Y si está a presión atmosférica, su presión manométrica vale 0, como es el caso de la superficie de los líquidos en tanques abiertos a la atmósfera, o cuando una tubería descarga líquido al medio exterior.

Tabla 8. Presión: fórmula y unidades

Fórmula	Unidades	
	Sistema Internacional	Sistema Imperial (Inglés)
$p = F/A$	Pascal (1 Pa = 1 N/m^2)	psi (1 psi = 1 lbf/pulg^2)

Otras unidades de presión y sus respectivas equivalencias:

$$76 \text{ cmHg} = 760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa} = 100\,000 \text{ bar}$$

Viscosidad

Resistencia intrínseca del fluido al movimiento que resulta de la fricción interna de las partículas que lo componen. Si se aplica una deformación a un fluido, por medio de un esfuerzo de corte o tangencial (ver figura 1), este ejercerá resistencia a fluir; resistencia que es mayor a medida que la viscosidad del fluido es más alta.

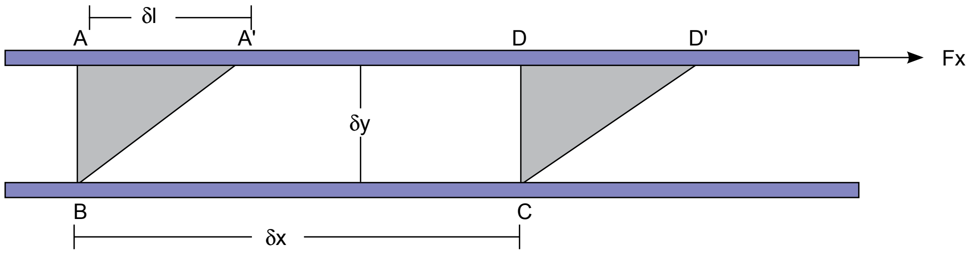


Figura 1. Modelo didáctico de la viscosidad.

Si se aplica una fuerza F_x al elemento de fluido limitado por los puntos A, B, C y D, de la placa superior que está en contacto con la parte superior del fluido, este se moverá una longitud *dl* por cada *dx* de longitud del elemento. Inicialmente, la parte superior se desplaza de A hacia A´ y, obviamente, desde D hasta D´. Pero la parte inferior, limitada por el segmento BC, no se moverá. Si el fluido es muy viscoso puede que se "fracture", moviéndose por capas, una sobre la otra, y quede parte del fluido "pegado" a la placa inferior. Si el fluido es poco viscoso, prontamente se va a mover como un todo, aun la parte en contacto con la placa inferior.

Viscosidad absoluta o dinámica

La definición de viscosidad en términos prácticos: a mayor viscosidad de un fluido, mayor esfuerzo se requerirá para mover ese fluido a cierta velocidad. También se introducen otras dos variables: esfuerzo y velocidad. Cuando un fluido se desplaza sufre deformación, porque al moverse cambia su volumen, no como los sólidos que se mantienen constantes. Entonces, se prefiere hablar de velocidad de deformación, aunque matemáticamente es lo mismo que "gradiente de velocidad". Teniendo en cuenta esta definición, la viscosidad absoluta μ se puede calcular como la relación entre el esfuerzo aplicado al fluido y su velocidad de deformación.

Tabla 9. Viscosidad absoluta y dinámica: fórmula y unidades

Fórmula	Sist. Internacional	Sistema CGS	Sist. Imperial
$\mu = \dfrac{\tau}{dv/dy}$	Pa·s = 1 $Nm^{-2}s$ = 1 kg m^{-1} s^{-1}	Poise. 1 poise = 1 g $cm^{-1}s^{-1}$ = 0.1 Pa·s	Lbf pie^{-2} s

Nota. Donde τ es esfuerzo; *v*, velocidad; *y*, espesor, y *dv*/*dy* , gradiente de velocidad.

Se prefiere el uso de un submúltiplo del poise, el centipoise: 1 centipoise equivale a 0.01 poise o 1 mili Pascal segundo.

Datos de viscosidad de gases y de líquidos a bajas y altas temperaturas, así como la forma de estimarlas, son tratados por Reid, Prausnitz y Poling (1988).

Viscosidad cinemática

Es la relación entre la viscosidad dinámica o absoluta de un fluido y su densidad. Depende de la presión para el caso de los gases, porque su densidad cambia mucho con la presión. Al igual que la viscosidad dinámica, es inversamente proporcional a la temperatura para el caso de líquidos.

Tabla 10. Viscosidad cinemática: fórmula y unidades

Fórmula	Sist. Internacional	Sistema CGS	Sist. Imperial
$v = \dfrac{\mu}{\rho}$	$m^2\ s^{-1}$	(Stoke) 1 St = 1 $cm^{-2}s^{-1}$ = $1 \times 10^{-4}\ m^2\ s^{-1}$	$pie^2\ s^{-1}$

Se prefiere el uso de un submúltiplo del Stoke, el centiStoke: 1 centiStoke equivale a 0.01 Stoke o 1 mm^2s^{-1}.[3]

Compresibilidad

Capacidad de un cuerpo de disminuir su volumen cuando se ejerce una presión sobre este. Los sólidos son incompresibles; los líquidos, difícilmente compresibles, y los gases, compresibles. Determinar la comprensibilidad es importante para el caso de lodos o fluidos de perforación si el yacimiento está a grandes profundidades.

Tabla 11. Compresibilidad: fórmula y unidades

Fórmula	Unidades	
	Sistema Internacional	Sistema Imperial (Inglés)
$K = \Delta p/(\Delta V/V)$	Mega pascales 1 MPa = 10^6 Pa	Psig 14.7 psig = 101325 Pa

Nota: Donde *p* es presión, *V* es volumen y ($\Delta V/V$) es relación de compresión (diferencia de volumen sobre volumen inicial). Hay que recordar que la idea es que el volumen final sea menor al inicial ($V_2 < V_1$).

El módulo de compresibilidad del agua a 20 °C es aproximadamente 2200 MPa o $2.2*10^9$ Pa. Son valores muy altos porque se requieren grandes presiones para conseguir

3 La viscosidad cinemática del agua a 20 °C es 1 centiStoke = 0.01 St = $1*10^{-6}\ m^2/s$. Que también se puede calcular como la viscosidad en Pa*s (0.001) dividida entre la densidad en kg/m^3 (1000).

ligeras disminuciones de volumen de los líquidos. No pasa así con los gases: aumentos bajos de presión disminuyen bastante su volumen a temperatura constante.

Tensión superficial (líquidos)

Medida de la cohesión interna de las moléculas o partículas de un fluido. A mayores fuerzas de atracción internas, mayor tensión superficial. Tiene unidades de fuerza sobre distancia o de trabajo sobre área. Está relacionada con la fuerza para elongar una determinada distancia la superficie, principalmente de gotas de líquido en otro líquido o en aire, o con el trabajo necesario para deformar la superficie de un líquido en una determinada área. Si se trata de una separación entre dos líquidos inmiscibles (ejemplo, agua y aceite), la diferencia entre las tensiones superficiales da la tensión interfacial, que se relaciona directamente con la energía necesaria para obtener una emulsión entre esos dos líquidos.

Tabla 12. Tensión superficial: fómula y unidades

Fórmula	**Unidades**	
	Sistema Internacional	**Sistema Imperial (Inglés)**
$\sigma = \frac{W}{A} = \frac{F}{x}$	N m^{-1}	Lbf pie^{-1}

Nota: Donde σ es tensión superficial del líquido; *W* es trabajo aplicado; *A* es el área de la superficie del líquido; *F* es Fuerza requerida, y *x* es distancia elongada.

La tensión superficial de los líquidos tiene aplicaciones como la capilaridad (fundamental para la petrofísica), la atomización (producción de aerosoles o nanotubos) y la tensión superficial (generación de colides, emulsiones y tensioactivos).[4]

Altura capilar (líquidos)

Es la altura alcanzada por un líquido en un tubo de diámetro pequeño (inferior a 1 cm) cuando este se pone sobre la superficie del líquido. Relaciona las fuerzas de cohesión internas con las de adhesión del líquido a la superficie del capilar. Entre más alta sea la adhesión con respecto a la cohesión, más subirá el líquido en el capilar.

[4] La tensión superficial del agua a 20 °C es aproximadamente 0.074 N/m o 74 mN/m (milinewtons/metro).

Tabla 13. Altura capilar: fórmula y unidades

Fórmula	Unidades	
	Sistema Internacional	Sistema Imperial (Inglés)
$h = 4\ \sigma\ \cos\theta/\gamma D$	m	pie

Nota: Donde σ es tensión superficial del líquido; θ es ángulo de contacto entre el líquido y la superficie del capilar; γ es peso específico del líquido; *D* es diámetro del capilar.

Por trigonometría, el coseno de un ángulo menor de 90° es positivo y el coseno de un ángulo mayor de 90° es negativo.

Si hay buen contacto, predomina la adherencia del líquido al tubo y este subirá por su superficie interna (ver figura 2A); por el contrario, si la adherencia es mala (ángulo mayor a 90°), predomina la cohesión interna y el líquido no sube, incluso baja ligeramente (ver figura 2B).

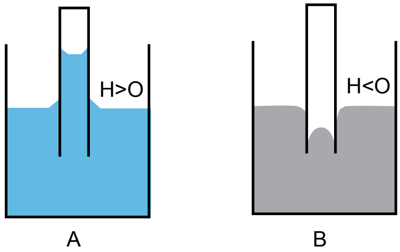


Figura 2. Explicación de la capilaridad: A) el líquido sube por el tubo (H > 0) porque el ángulo es menor a 90°; B) el líquido baja ligeramente (H < 0) porque el ángulo es mayor a 90°.

Presión de vapor (líquidos)

Es la presión sobre la superficie que ejercen las partículas del líquido que escapan de su superficie y pasan a estado gaseoso. Aumenta a medida que aumenta la temperatura. Los líquidos volátiles tienen presión alta de vapor a bajas temperaturas, por ende, pasan más fácilmente al estado gaseoso. La ecuación que relaciona la presión de vapor de un líquido con la temperatura es la ecuación de Antoine[5]. La principal aplicación de esta propiedad es determinar la carga de presión positiva necesaria en un sistema para evitar que cavite una bomba centrífuga que esté impulsando el líquido. Si el líquido es muy volátil, habrá una baja carga positiva disponible; por lo tanto, es muy probable que no se pueda impulsar con una bomba centrífuga. En otros casos, se debe disminuir

[5] Las constantes de Antoine para diferentes líquidos se pueden consultar en el apéndice A de *The properties of gases and liquids* (ver Reid, Prausnitz y Poling, 1988).

la temperatura para disminuir la presión de vapor, o disponer de una presión añadida sobre el líquido en un depósito conectado al sistema (esta temática se ampliará en el apartado de bombas).

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Determine la densidad, el peso específico y la densidad relativa de un líquido que pesa[6] 56 oz y ocupa un volumen de 115.45 plg^3 a 1 atm y 25 °C. Exprese, donde sea necesario, sus respuestas en unidades del SI.

Solución

Primero hay que convertir a unidades del SI:

56 oz * 1 kg/35.27 oz = 1.5875 kg; 115.45 plg^3 * 1 m^3/61 023.74 plg^3 = 0.001892 m^3.

Ahora, aplicando la definición de densidad:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1.5875}{0.001892} = 839.09 kg/m^3$$

A continuación, el cálculo del peso específico:

$$\gamma = \rho g = 839.09\ kg/m^3 * 9.8\ m/s^2 = 8\ 223.16\ N/m^3$$

Y la densidad relativa teniendo en cuenta que es un líquido:

$$G = \frac{\rho_i}{\rho_{H_2O}} = 839.09/1000 = 0.84 \text{ (redondeado)}$$

Hay que tener claro que si se divide el peso específico de la sustancia entre el peso específico del agua a 20 °C (9800 N/m^3), también da el mismo valor de 0.84; es decir, la densidad relativa se puede calcular por el cociente de las densidades o por el cociente de los pesos específicos.

De igual forma, se puede usar tanto para calcular la densidad absoluta de la sustancia, como para calcular el peso específico de la misma.

6 Se usa la palabra "pesa" para decir "tiene una masa de…". Recuerde que las onzas (oz) son unidad de masa.

Ejercicio 2

Hay un gas ideal que a condiciones normales presenta la misma densidad relativa que el líquido del ejercicio anterior. ¿Qué volumen, en plg^3, ocupará la misma masa (56 oz)?

Solución

Para un gas ideal la densidad se calcula por medio de:

$$\rho = \frac{P\bar{M}}{RT}$$

Las condiciones normales son P: 1 atm y T: 25 °C. [7] Pero como no se conoce la masa molar del gas, no se puede calcular la densidad por esta fórmula, sino con base en la definición de densidad relativa (gravedad específica) para gases, tomando la densidad del aire (referencia) a condiciones normales como 1.23 kg/m^3.

Entonces:

$$\rho_i = G_{\rho\ aire} = 0.84 * 1.23\frac{kg}{m^3} = 1.03\frac{kg}{m^3}$$

Por definición de densidad:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{56\ oz * \left(\frac{0.02835 kg}{1\ oz}\right)}{1.03\frac{kg}{m^3}} * \frac{61\ 023.7\ plg^3}{1\ m^3} = 94\ 059.4\ plg^3$$

La misma masa (56 oz) ocupa casi 815 veces más volumen para el caso del gas que para el caso del líquido. En general, las densidades de los gases son del orden de casi mil veces menores a las densidades de los líquidos.

Ejercicio 3

Un gas encerrado en un globo expandible ejerce una presión absoluta de 200 000 Pa. Si el área de un orificio pequeño que se hace a propósito es de 1 mm^2, ¿con qué fuerza saldrá el gas? Si se sabe que la densidad del gas es 2 kg/m^3 y que el volumen del globo inflado es 30 cm^3, ¿con qué aceleración saldrá disparado el gas por el orificio?

[7] Condiciones normales son diferentes a condiciones estándar (P: 101325 Pa y T: 273.15 K)

Solución

Este ejercicio tiene dos partes. Primero hay que hallar la fuerza despejando de la definición de presión (fuerza/unidad de área).

$$p=\frac{F}{A}\rightarrow F=pA=200\ 000\ Pa*\left(1mm^2*\frac{1\ m^2}{10^6\ mm}\right)=200\ 000\ N/m^2*1*10^{-4}m^2=0.2\ N$$

Luego hay que calcular la masa de gas en el globo por la definición de densidad (masa/volumen).

$$\rho=\frac{M}{V}\rightarrow m=\rho V=2\ kg/m^3*30*\ 10^{-6}m^3=6*10^{-5}kg$$

Finalmente, por la definición de fuerza (masa por aceleración), se despeja la aceleración:

$$a=\frac{F}{M}=\frac{0.2N}{6*10^{-5}kg}=3333.3\ m/s^2$$

Como se ve, basado en esa presión alta y dado que es un gas cuya densidad es tan baja, la aceleración con la que sale por ese orificio es demasiado alta; incluso se puede decir que en algunos casos el sonido que produce la fuga de un gas es peligroso para la salud.

Ejercicio 4

¿Cuál será el mínimo diámetro, en mm, que un tubo de vidrio necesita para que el nivel del agua en su interior se vea afectado por los efectos de capilaridad hasta un valor máximo de 0.5 mm? Suponga densidad del agua 1000 kg/m^3, tensión superficial 0.075 N/m y ángulo de contacto 0°.

Solución

Partiendo de la fórmula de altura capilar,

$$H = 4\sigma \cos\theta/\gamma D$$

El enunciado del problema da la máxima altura: 0.5 mm, así como la tensión superficial, el ángulo de contacto y la densidad. De tal forma que la única incógnita es el diámetro del capilar. Entonces, despejando y reemplazando datos en las unidades respectivas:

$$D=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma H}=\frac{4*0.075\frac{N}{m}*\cos 0^{o}}{1000kg/m^{3}*9.8m/s^{2}*5*10^{-4}m}=0.0612\ m=61.2\ mm$$

El mínimo diámetro del capilar para que el agua no suba más allá de 0.5 mm en esas condiciones debería ser 61.2 mm. Si es menor, el agua alcanzaría una mayor elevación capilar. Observe que en la solución se usó la densidad multiplicada por la aceleración de la gravedad, que es la definición de peso específico. En otros ejercicios puede conocerse la densidad relativa. En esos casos se multiplica por el peso específico del agua a la temperatura que esté el líquido en cuestión.

Ejercicio 5

Teniendo en cuenta otra propiedad derivada de la tensión superficial, la presión capilar,[8] determine, en mm, el diámetro de un tubo capilar si la tensión superficial (σ) de un fluido es 32 mN/m. Tenga en cuenta que el ángulo de contacto (θ) es de 80° y la presión capilar (Pc) es 5.5 kPa.

Solución

Despejando de la fórmula:

$$r_c=\frac{2\sigma\cos\theta}{P_c}=\frac{2*\frac{0.032N}{m}*\cos 80^{o}}{5500\ N/m^{2}}*\frac{1000\ mm}{1\ m}=2*10^{-3}mm$$

Como se ve, para que haya una presión manométrica de 5500 Pa dentro de la superficie de ese líquido en contacto con el capilar, el diámetro del mismo debe ser del orden de 2 micrómetros (2 micras). (Nota: la tensión superficial de ese líquido es aproximadamente la mitad de la del agua a temperatura ambiente).

Ejercicios propuestos

1. Determinar la variación absoluta y porcentual de volumen de 1 m^3 a 20 °C, si su módulo de compresibilidad es 2500 MPa y se somete a una presión de 25 MPa.
2. El mercurio forma un ángulo de 130 ° cuando se pone en contacto con un tubo de vidrio limpio. ¿Cuál será la elevación capilar del mercurio en un tubo de vidrio de 0.6 cm de diámetro? Datos del mercurio: σ = 0.47 N/m; G = 13.6.

---

8 La presión capilar se calcula por medio de: $P_c = 2\sigma\cos\theta/r_c$; donde Pc es presión capilar, σ es tensión superficial, θ es ángulo de contacto y r_c es radio del capilar

3. Se almacena gasolina (G = 0.68) en un cilindro vertical de 10 m de altura y 6 m de diámetro. Si está lleno hasta el 70 % de su capacidad, calcule el peso y la masa de la gasolina.
4. Calcule la densidad y el peso específico del aire en una casa que está a 15 °C y a una presión atmosférica estándar. Emplee ecuación de estado de gas ideal. Tome la masa molar del aire como 28.9 g/mol.
5. Un tubo de 1.2 mm de diámetro se inserta dentro de un líquido desconocido, cuya densidad a una cierta temperatura es 920 kg/m^3. Se observa que el líquido se eleva una altura de 0.5 m en el tubo, con un ángulo de contacto de 15°. Determine la tensión superficial de ese líquido en esa misma temperatura.
6. Un esfuerzo cortante de 25 N/m^2 produce una deformación angular de 100 Hz en un fluido newtoniano. ¿Cuál es la viscosidad dinámica del fluido en Pa·s?
7. ¿Cuál será el módulo de compresibilidad, en MPa, de un fluido que disminuye su volumen en 0.2 % cuando se le aplica una diferencia de presión de 100 000 Pa?
8. Para un líquido de viscosidad cinemática $3*10^2$ Stokes y densidad relativa 0.8, ¿cuál será su viscosidad absoluta en Pa·s, en poises y en centipoises?
9. Una placa está separada 0.5 mm de otra que está fija. La primera se mueve a una velocidad de 0.25 m/s y requiere una fuerza por unidad de área de 2 Pa para mantener su velocidad. Establezca la viscosidad absoluta del fluido en poises y en centipoises entre las placas en Pa·s.
10. Convertir las siguientes temperaturas a la unidad respectiva: a) 30 °C a K; b) 200 K a °C; c) 150 °F a °R; d) -20 °C a °R

Bibliografía

Barrera, Antonio, y Pérez, Miguel. (2005). Capítulo 2. En *Fundamentos y aplicaciones de la mecánica de fluidos*. Madrid: McGraw Hill.

Binder, R. C. (1953). Some fluid properties. En *Fluid mechanics* (pp. 1-8). Nueva York: Prentice Hall.

Daugherty, Robert, Franzini, Joseph, y Ingersoll, A. (1954). Properties of fluids. En *Fluid mechanics with engineering applications* (pp. 1-18). Nueva York: Mc Graw Hill.

Franzini, Joseph, y Finnemore, John. (1999). Propiedades de los fluidos. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición, pp. 9-26). Nueva York: McGraw-Hill.

Hansen, Arthur. (1971). Capítulo 2. En *Mecánica de fluidos* (pp. 24-29). México: Limusa-Wiley.

Potter, Merle, y Wigger, David. (2003). Consideraciones básicas. En *Mecánica de fluidos* (3ª edición, pp. 13-22). México: Ediciones Paraninfo.

Mott, Robert. (2006). La naturaleza de los fluidos y el estudio de su mecánica. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 1-24). México: Pearson Educación.

Mott, Robert. (2006). Viscosidad de los fluidos. En Pablo Guerrero (ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 26-51). México: Pearson Educación.

Reid, R., Prausnitz, J., y Poling, B. (1988). *The properties of gases and liquids* (4ª edición). Singapur: McGraw-Hill.

Sandoval, Juan [Juan Sandoval]. (31 de julio de 2015). Problem about density, specific gravity and specific [archivo de video sobre densidad, peso específico y densidad relativa]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=xZrKD71O4Ck

Sandoval, Juan [Juan Sandoval]. (31 de julio de 2015). Ejercicio sobre viscosidad absoluta y cinemática [archivo de video sobre viscosidad absoluta y cinemática]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=fSeR6tvyS_Q

Tiab, Djebbar, y Donaldson, Erie. (2004). *Petrophysics* (2ª edición). EE. UU.: Elsevier.

Webber, B. (1969). *Mecánica de fluidos para ingenieros*. España: Urmo.

Guía 3. Análisis y semejanza dimensional

Competencias específicas

- Identificar variables dimensionales y adimensionales, así como los grupos adimensionales más importantes en mecánica de fluidos.
- Manejar los dos métodos más importantes para obtener la ecuación adimensional representativa de un sistema de flujo o de cualquier caso de estudio.
- Caracterizar los grupos adimensionales que representan una determinada condición de flujo.
- Aplicar el principio de semejanza dimensional para determinar las variables del modelo y/o del prototipo.

Resumen teórico de análisis dimensional

La experimentación en muchas asignaturas y campos de la ciencia es a menudo muy dispendiosa debido a la multiplicidad de variables y porque en algunos casos no hay ni siquiera una idea de la relación entre estas variables. De tal forma que una buena herramienta preliminar para tener una visión de la función que relaciona esas variables es el análisis dimensional. Esta herramienta ahorra tiempo y dinero de experimentación.

El objetivo del análisis dimensional es modelar un sistema real de la manera más efectiva posible, reduciendo al máximo la experimentación requerida y ajustando el sistema a las variables independientes que realmente afectan a la(s) variable(s) de estudio. Como producto del análisis dimensional se pueden obtener: variables que realmente afectan un determinado problema, ecuación modelo en forma dimensional, ecuación modelo en forma adimensional y grupos adimensionales (o grupos π) representativos. Los métodos para poder establecer los grupos π son el algebraico y el cociente dimensional. A continuación se desarrollan dos ejemplos, para que basándose en ellos se resuelvan los problemas propuestos en esta guía o cualquier otro problema de análisis dimensional.

Ejemplo del método algebraico

La elevación capilar de un líquido en un tubo depende de la tensión superficial del líquido, el diámetro del tubo, el peso específico del líquido y el ángulo de contacto entre el líquido y el tubo. Escriba la forma funcional de la relación entre la elevación capilar y las demás variables.

Solución

Primero se enumeran las variables involucradas con sus respectivas dimensiones (entre llaves):

Tabla 14. Variables del método algebraico

Variable	Símbolo	Dimensión
Altura capilar	h	$[L]$
Tensión superficial	σ	$[M.T^{-2}]$
Peso específico	γ	$[M.L^{-2}.T^{-2}]$
Diámetro	D	$[L]$
Ángulo de contacto	β	(sin dimensiones)

Hay cinco variables (n) y tres dimensiones (m): M, L y T. Luego se pueden hallar dos grupos adimensionales π: $\Pi_1 = F(\pi_2)$

Se expresa la ecuación en forma dimensional con unos exponentes literales, a los que se les halla su valor. La variable dependiente se puede poner al lado izquierdo y las independientes (todas las que se quieran) al lado derecho. O también se puede poner Π = (variables dependientes e independientes elevados a sus exponentes): $h = f(\sigma^a.\gamma^b.D^c.\beta^1)$

Ahora, se reemplazan las variables por sus dimensiones respectivas:

$$[L] = k\,[M\,.\,T^{-2}]^a\,[M\,.L^{-2}\,.\,T^{-2}]^b\,[L]^c\,[1]^1$$

A continuación se separan las dimensiones, cada una como si fuera una ecuación. Luego se igualan los exponentes del lado izquierdo (números) con los del lado derecho (letras). En el caso que se pusiera Π en el lado izquierdo, ahí aparecerían todas las dimensiones (M, L, T) o, según corresponda, elevadas a 0 (hay que tener en cuenta que todo número o variable elevado a la 0 da 1). Por consiguiente, la dimensión de un grupo Π es 1, o sea, adimensional. Así ocurre con la variable “ángulo de contacto”, que es adimensional (repase lo relacionado en la guía 1) y, por ende, se reemplaza por 1. Volviendo al ejercicio, se obtiene:

L: $1 = -2\,b + c$

M: $0 = a + b$

T: $0 = -2\,a - 2b$

Resultan dos ecuaciones con tres incógnitas, porque las ecuaciones de M y de T son linealmente dependientes (la de T es la de M multiplicada por -2); por tanto, una de esas no se toma (en este caso, la de T). De la ecuación de M vemos que a = -b. Y de la ecuación de L nos queda que c = 1 + 2b. Si se le da el valor de 1 a la a, nos queda que a = 1, b = -1 y c= -1. Por tanto, $h = F(\sigma^1 . \gamma^{-1} . D^{-1} . \beta^1)$; entonces, $h = k(\sigma\beta/\gamma D)$

Ejemplo del método del cociente dimensional

Determinar el espesor de la capa límite laminar sobre una placa plana.

Solución

Primero se enumeran las variables involucradas con sus respectivas dimensiones:

Tabla 15. Método del cociente dimensional

Variable	Símbolo	Dimensión
Espesor capa límite	δ	$[L]$
Distancia desde el comienzo de la placa	ξ	$[L]$
Velocidad del flujo sin perturbar	u	$[LT^{-1}]$
Viscosidad cinemática del fluido	υ	$[L^2T^{-1}]$

Hay cuatro variables (n) y dos dimensiones (m): L y T. Luego se pueden hallar dos grupos adimensionales Π.

Se escogen las variables recurrentes que tienen en sí las dimensiones y que se usan para definir las otras. En este caso, es fácil ver que se repite L, entonces se toma x, porque el espesor es la variable dependiente; por otro lado, se sabe que la velocidad se usa para definir la viscosidad cinemática, υ, porque aparece dentro de ella, o, mejor dicho, la viscosidad cinemática es una combinación a partir de la velocidad, v. Se expresan los cocientes dimensionales de las dos variables no recurrentes:

$$\Pi_1 = \delta/[L]$$

$$\Pi_2 = \upsilon/[L^2 T^{-1}]$$

Y de cada variable recurrente se despeja la dimensión respectiva:

$$x = [L]$$

De donde: $L = x$

$$u = [LT^{-1}]$$

De donde: $T^{-1} = u / x$

Reemplazando las dimensiones, expresadas como variables, en los cocientes dimensionales:

$$\Pi_1 = \delta/x$$

$$\Pi_2 = \upsilon/ux$$

Entonces:

$$F\,(\Pi_1, \Pi_2) = 0$$

O en forma explícita:

$$\delta/x = k\,(ux/\upsilon)$$

Si se compara con la ecuación real (Blausius):

$$\delta / x = 5\left(\sqrt{ux / \upsilon}\right)$$

Tomando el Reynolds como Re = $(u \,.\, x / \upsilon)$ sería:

$$\delta / x = 1 / \left(\sqrt{Re_x}\right)$$

Se ve que la relación es cercana, pero no completa, porque no da señales de la raíz cuadrada. En conclusión: a veces el análisis dimensional da resultados no tan cercanos a la ecuación real, según se tome uno u otro método de desarrollo; pero es mejor tener una idea de la forma cómo dependerán las variables del sistema.

Ejercicios propuestos de análisis dimensional

1. Dado que la altura máxima a la que llega un cuerpo cuando se lanza verticalmente hacia arriba está determinada por la velocidad inicial, v_0, y por la gravedad, g, ¿qué forma funcional relaciona estas variables?
2. Halle una expresión matemática que relacione la fuerza centrífuga, F, la masa, m, la velocidad angular ω y el radio de giro, r.
3. Sabiendo que el número de Weber es una relación adimensional entre variables de fuerza inercial y fuerza de tensión superficial, describa el proceso de obtención de este número por medio de análisis dimensional.

Resumen teórico de semejanza dimensional

Sirve para obtener: a) condiciones de ensayo del modelo a partir de condiciones de flujo del prototipo y b) magnitudes del prototipo a partir de las medidas experimentales del modelo. Aquí el "modelo" es la representación a escala laboratorio del "prototipo" o situación real a estudiar.

Para que el estudio sea eficiente, la semejanza completa entre el modelo y el prototipo se da cuando hay semejanza geométrica (forma y dimensiones), semejanza cinemática (velocidades y direcciones) y semejanza dinámica (fuerzas). El método se ilustra mejor con el siguiente ejemplo:

Ejemplo de semejanza dimensional

Calcular la fuerza de arrastre al que estaría sometido un objeto de medición climatológico dispuesto en el mar (ρ= 1030 kg/m^3, υ = 1.1 · 10^{-6} m^2/s). Suponga que este objeto es de forma esférica y tiene un diámetro de 40 cm. Su velocidad de desplazamiento es de 1.28 m/s (2.47 nudos marítimos). Se tienen los siguientes datos obtenidos por medio de un túnel de viento en el que se ensayó el objeto: ρ = 1.23 kg/m^3, υ = 1.46 · 10^{-5} m^2/s. El modelo usado en el túnel de viento tiene 20 cm de diámetro.

a) Halle la velocidad requerida en el túnel de viento.
b) Si la fuerza de arrastre sobre el modelo es igual a 30 N, evalúe la fuerza a la que estaría sometido el sonar.

Gracias al análisis dimensional y teniendo en cuenta las variables: fuerza, densidad del objeto, densidad del agua de mar, velocidad del objeto, velocidad del mar (o del viento), diámetro del objeto (prototipo), diámetro del modelo (ensayo) y viscosidad absoluta (o cinemática) del viento, se llega a la siguiente relación funcional:

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f\left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)$$

Esto equivale a:

$$Eu = f(Re)$$

La condición de semejanza dinámica implica que:

$$Re_m = Re_p$$

Ahora, sabiendo que Reynolds es:

$$Re = \left(\frac{\rho VD}{\mu}\right) = \left(\frac{VD}{\nu}\right)$$

Queda:

$$\left(\frac{VD}{\nu}\right)_p = Re_m$$

Ahora se reemplazan los datos del prototipo (objeto en el mar):

$$Re_p = \frac{1.28 * 0.40}{1.1 \cdot 10^{-6}} = 4.65 \cdot 10^5 = Re_m$$

Y con base en la fórmula del Reynolds del modelo se despeja de allí la velocidad del modelo:

$$V_m = Re_m \frac{\upsilon_m}{D_m} = 4.65 \cdot 10^5 \frac{1.46 \cdot 10^{-5}}{0.2} = 34 \ m/s$$

Esta es la velocidad del aire requerida en el túnel de viento para que haya semejanza dimensional.

Ahora, sabiendo que con la velocidad del viento hallada los números de Eu también son iguales, se entiende que:

$$\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_m = \left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_p$$

Se despeja F_p, la única incógnita, que corresponde a la fuerza de arrastre experimentada por el objeto en el mar:

$$F_p = F_m \frac{\rho_p V_p^2 D_p^2}{\rho_m V_m^2 D_m^2} = 30 \frac{1030(1.28)^2 (0.4)^2}{1.23(34)^2 (0.2)^2} = 142.4N$$

Respuestas

La velocidad requerida en el túnel de viento, V_m, es 34 m/s. Por su parte, la fuerza que experimentará el sonar, F_p, será 142.4 N, aproximadamente.

Ejercicios propuestos de semejanza dimensional

1. Se va a ensayar un modelo de submarino a escala 1:20 en un canal hidrodinámico de agua salada. Si el submarino se mueve a una velocidad de 10 millas por hora, ¿a qué velocidad deberá ser arrastrado para que exista semejanza dinámica?
2. Se ensaya un modelo de avión a escala 1:100 en una corriente de aire a 20 °C y a una velocidad de 30 m/s. Determine: a) ¿cuál será la velocidad de dicho modelo si el ensayo se realiza totalmente sumergido en agua a 10 °C?; b) ¿qué fuerza de empuje sobre el prototipo en el aire corresponderá a una resistencia sobre el modelo en el agua de 10 N? Datos: viscosidades cinemáticas del agua: 1E-6 m^2/s; viscosidades cinemáticas del aire: 1.5E-5 m^2/s; densidades del agua: 1000 kg/m^3; densidades del aire: 1.23 kg/m^3.
3. Se conduce agua a 30 °C por una tubería de 30 cm de diámetro. Se requiere un sistema equivalente por donde fluya aceite de viscosidad dinámica 0.002 Pa*s y G = 0.9. De acuerdo con la teoría de semejanza dimensional, ¿cuál debe ser el diámetro de esa tubería si el aceite circula a 10 m/s? Datos: densidad del agua: 995.6 kg/m^3; viscosidad absoluta: 0.798 cp.

Bibliografía

Binder, R. (1953). Dimensional analysis and dynamic similarity. En *Fluid mechanics* (pp. 69-86). Nueva York: Prentice Hall.

Daugherty, Robert, Franzini, Joseph, y Ingersoll, A. (1954). Similitude of fluid flow. En A. Daugherty (Ed), *Fluid mechanics with engineering apllications* (pp. 98-105). Nueva York: Mc Graw-Hill.

Franzini, Joseph, y Finnemore John. (1999). Semejanza y análisis dimensional. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición, pp.147-159). Nueva York: McGraw-Hill.

Hansen, Arthur. (1971). Análisis dimensional. En *Mecánica de fluidos* (pp. 429-452). México: Limusa Wiley.

Potter, Merle, y Wigger, David. (2003). Capítulo 6. En *Mecánica de fluidos* (3ª edición, pp. 210- 228). México: Ediciones Paraninfo.

ESTÁTICA DE FLUIDOS

Guía 4. Concepto, medida y aplicaciones de la presión

Competencias específicas

- Entender el concepto de presión manométrica y cómo varía esta presión con la profundidad o altura de la columna de líquido.
- Calcular presiones manométricas, atmosféricas y absolutas.
- Determinar diferencias de presión en manómetros diferenciales.

Resumen de conceptos básicos de presión hidrostática

La presión hidrostática está relacionada con la altura de columna de líquido en un recipiente. Ahí radica la importancia del tema: la fuerza (resultante de la presión por el área donde se aplica) es más alta a medida que la presión aumenta. Si no se calcula bien el diseño de un tanque donde se va a almacenar un líquido muy denso, puede que el tanque se rompa y dañe cualquier instrumentación que se sumerja en ese tanque para medir alguna variable. La presión también está relacionada con el nivel de líquido: a mayor nivel, mayor presión. Así, conociendo la presión se puede saber el nivel de líquido en un depósito. Igualmente, la diferencia de presión entre dos puntos de una tubería nos puede dar información del caudal de líquido que circula entre esos dos puntos, o, como veremos más adelante, de las pérdidas de energía que se presentan en ese tramo de tubería. La diferencia de altura entre dos ramas de un manómetro nos permite calcular la presión dentro de un tanque entre dos puntos de un mismo tubo o entre dos tubos diferentes. Estas son solo algunas de las muchas aplicaciones de la presión hidrostática.

Definición y aplicaciones

En estática de fluidos se estudian los fluidos en reposo o con aceleración igual a 0. Se puede decir, de otra manera, que todas las partículas del fluido tienen velocidad 0 o constante con respecto a un marco de referencia inercial. En ausencia de otras fuerzas, como la centrífuga, sobre un elemento de fluido ejercen influencia la presión y el propio peso del elemento de fluido. No hay fuerzas en la dirección x si se toma un sistema de coordenadas cartesianas convencional. La *presión*, en el caso de los sólidos, se llama también "esfuerzo normal". En el caso de fluidos se denomina simplemente presión. En ambos casos es, por definición, fuerza ejercida por un cuerpo sobre unidad de área ($p = F/A$). Esta actúa siempre en dirección normal, es decir, perpendicular al elemento de fluido considerado como nuestro sistema de estudio. Si se considera la segunda ley de Newton, la fuerza es igual a la masa por aceleración, y la primera ley, si no hay fuerzas externas ($\sum F = 0$) un cuerpo permanecerá en su condición de reposo o de movimiento uniforme; entonces, aplicando todo lo mencionado anteriormente para el elemento de fluido en estado estable, se determina que:

$$\sum F_y = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = W - pA \tag{2}$$

Igualando 1 y 2 y sabiendo que $W = mg$:

$$mg - pA = 0$$

$$\rho g V = pA$$

Como volumen es área por altura, por lo tanto:

$$\rho g A y = pA$$

$$p = \rho g y$$

Ecuación de la presión hidrostática

En la ecuación de presión hidrostática, la densidad por la gravedad se puede reemplazar por el peso específico:

$$\gamma = \rho \cdot g$$

Consideraciones sobre la ecuación de presión hidrostática:

1. Es válida solo para líquidos homogéneos en reposo.
2. La presión es directamente proporcional al peso específico del líquido.
3. La presión es directamente proporcional a la elevación o profundidad del líquido.
4. Puntos a la misma altura tienen la misma presión.
5. La presión no depende de la forma del área.

Consecuencias de la presión hidrostática

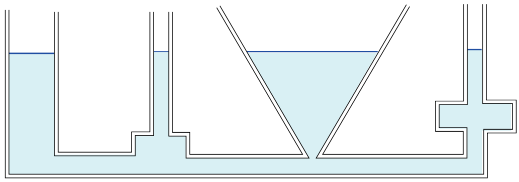


Figura 3. Presión como función de altura (no de área).

Nota. La presión en el fondo de estos recipientes es igual, no depende de la forma del área, sino solamente del fluido (en todos es el mismo) y de la altura de la columna de líquido sobre el fondo.

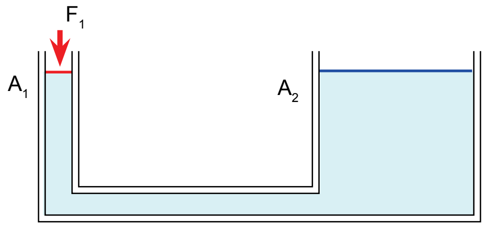


Figura 4. Principio de Pascal: el cambio de presión en alguna parte del fluido confinado introduce el mismo cambio de presión en todas las partes del fluido. $p_1 = p_2$. Reemplazando $F_1/A_1 = F_2/A_2$; en otras palabras: si $A_2 >>> A_1$, entonces $F_2 >>> F_1$.

Nota. Esto es lo que se aprovecha en una prensa, gato hidráulico o elevador hidráulico, en los que la relación de áreas es tal que se multiplica la fuerza aplicada y se obtiene una fuerza resultante tantas veces mayor como sea el cociente A_2/A_1

Instrumentos de medida de la presión

Barómetro

La presión en la superficie de un fluido que se encuentra en un recipiente abierto a la atmósfera no es nula, sino igual a la presión atmosférica. La atmósfera de la Tierra ejerce una presión sobre todos los objetos con los que está en contacto. La presión atmosférica sobre la superficie terrestre la denotaremos por P_{atm}, y es igual a la presión ejercida por el peso de toda la columna de aire que está por encima. El barómetro mide la presión atmosférica por la altura de una columna de mercurio. A nivel del mar (0 m s. n. m.) es aproximadamente igual a 760 mm (760 mmHg) o 76 cm de Hg.

Manómetro

Los más sencillos, llamados manómetros en U, pueden ser abiertos en un extremo a la atmósfera o cerrados en ambos extremos (en realidad están conectados a dos distintas tuberías o a una tubería y a un tanque) que se conocen como manómetros diferenciales.

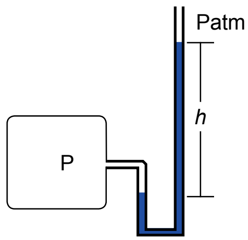


Figura 5. Manómetro de extremo abierto. $P = P_A + \gamma_f \cdot h$; donde γ_f: peso específico fluido manométrico.

Nota. Sirve para determinar la presión en un tanque en el fondo o a una altura diferente.

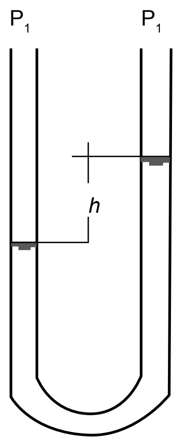


Figura 6. Manómetro diferencial o en U. $P_1 - P_2 = (\gamma_g - \gamma_f) \cdot h$. Donde γ_g es el peso específico del fluido transportado, que siempre es menor al del fluido manométrico.

Nota. Sirve para determinar la diferencia de presión entre dos tubos, dos tanques o dos secciones de un mismo tubo.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Determine la presión manométrica en el fondo de un recipiente que contiene agua a 20 °C, si la profundidad del líquido es 20 cm. Dé la respuesta en Pa, psig, mmHg y atm.

Solución

Presión manométrica, por definición, es $p = \rho g h$. Donde ρ es densidad, en este caso se toma como 1000 kg/m^3; g es la aceleración de la gravedad, y h es la profundidad o nivel del agua en ese recipiente, es decir, 0.2 m.

Remplazando datos:

$$p = 1000\frac{kg}{m^3} * 9.8\frac{m}{s^2} * 0.2m = 1960\frac{kg}{ms^2} = 1960Pa$$

Conversión de unidades:
En psig:

$$1960Pa * \frac{14.7\,psig}{101\ 325Pa} = 0.2843\ psig$$

En mmHg:

$$1960Pa * \frac{760\ mmHg}{101\ 325Pa} = 14.7\ mmHg$$

En atm:

$$14.7\ mmHg * \frac{1\ atm}{760\ mmHg} = 0.01943\ atm$$

Ejercicio 2

Convierta una presión manométrica de 500 mmHg a cm de agua.

Solución

Se trata de igualar las presiones en su definición y despejar de ahí la altura, pero sabiendo la densidad relativa de mercurio, así:

$$g(\rho h)_{Hg} = g(\rho h)_{agua}$$

Se cancelan las gravedades y se despeja la altura de agua, sabiendo que la altura de mercurio es 0.5 m (500/1000).

$$\frac{(\rho h)_{Hg}}{\rho_{agua}} = h_{agua}$$

Pero la densidad del mercurio sobre la densidad del agua es la densidad relativa del mercurio. En este caso se puede tomar como 13.6 * 0.5 m = 6.8 m = 680 cm (de agua)

Ejercicio 3

Halle la presión absoluta en un equipo que funciona a 20 kPa de vacío, sabiendo que la presión atmosférica es 14 psig. Dé la respuesta en atm, mmHg y psia.

Solución

Aquí se aplica la definición de presión absoluta y se tiene en cuenta que la presión de vacío es una presión manométrica negativa. Se debe recordar que la presión manométrica es una diferencia con respecto a la presión atmosférica y que, por ende, puede ser positiva cuando es mayor a la atmosférica o negativa cuando es menor (vacío).

$$p_{abs} = p_{atm} + p_{man} = 14\,psig + \left(-20\,kPa * \frac{14.7\,psia}{101.325\,kPa} \right)$$

$$(14 - 2.901)\,psia = 11.09\,psia$$

Conversión de unidades:

$$11.09\,psia * \left(\frac{1\ atm}{14.7\ psia} \right) = 0.755\ atm$$

$$0.755\ atm * \left(\frac{750\ mmHg}{1\ atm} \right) = 566.25\ mmHg$$

Ejercicio 4

Dos recipientes que contienen agua están conectados por un manómetro diferencial de mercurio. El depósito de mayor presión está 1.5 m por encima del otro depósito. Si la lectura en el manómetro de mercurio es 100 mm, ¿cuál es la diferencia de presión en m de agua y en kPa? Si se utiliza tetracloruro de carbono en lugar de mercurio, ¿cuál sería la nueva lectura del manómetro para la misma presión?

Solución

Con Hg (G = 13.6)

$$\Delta p = \gamma_{Hg}\Delta h = \left(13.6 * 9800 \frac{N}{m^3}\right) * 0.1m = 13328Pa = 13.33kPa$$

Ahora en m de agua:

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\gamma_{Hg}} = \frac{13.33kPa}{9.8kN/m^3} = 1.36m \ de \ agua$$

Con CCl_4 (G: 1.59)

$$\Delta h_{CCl4} = \frac{\Delta p}{\gamma_{CCl4}} = \frac{13.33kPa}{1.59 * 9.8 \, {}^{kN}\!/_{m^3}} = 0.855m \ de \ CCl_4$$

Como conclusión, se observa que a mayor densidad del fluido manométrico, menor altura se requerirá para registrar la misma diferencia de presión. En este orden de ideas, para una presión de 13.33 kPa, el mercurio es el de menor lectura (0.1 m), seguido por el tetracloruro (0.855 m) y finalmente el agua (1.36 m).

Ejercicio 5

Considerando el siguiente tanque, calcule la presión manométrica del aire sabiendo que H_1 es 1 m, H_2 es 20 cm y H_3 es 40 cm. El mercurio tiene densidad relativa 13.6 y el aceite 0.9. Dé la respuesta en kPa.

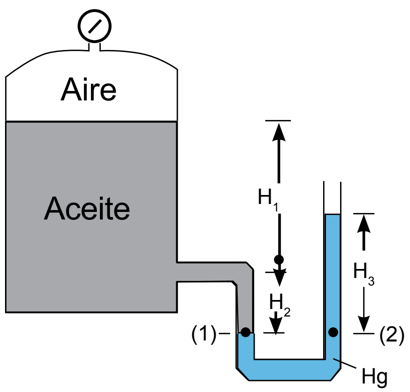


Figura 7. Ejercicio 5. Manómetro de extremo abierto.

Solución

La solución consiste en ir desde un punto hacia el otro, haciendo el recorrido de presiones: si se desciende en la gráfica, la presión manométrica aumenta; si se sube, disminuye. Y se toman como referencia los niveles marcados en el dibujo. Da igual si uno empieza en el extremo abierto y va hacia el manómetro del tanque, o viceversa, el resultado deber ser el mismo.

P_{man} en el extremo abierto = 0 kPa (porque está abierto a la atmosfera)

$$P_2 = 0 + \rho_{Hg} g H_3 = (13600 * 9.8 * 0.4) Pa = 53312\ Pa$$

$$P_1 = P_2$$

$$P_{man} = P_{aire}$$

$$P_{aire} = P_1 - \rho_{aceite} g (H_1 + H_2) = [53312 - (900 * 9.8 * (1 + 0.2))]\ Pa = 53301.4\ Pa$$

En kPa será 53.3 kPa manométricos.

Ejercicios propuestos

1. Determine la presión manométrica en kPa, psia, atm, bar y mmHg si la presión absoluta es 600 mmHg y la presión atmosférica es 14.2 psia.
2. ¿Cuánto vale la presión manométrica en el fondo de un tanque que contiene glicerina (G = 1.26) y el nivel del líquido en el tanque es 2 m? Dé la respuesta en kPa.
3. ¿Cuál es la densidad relativa de un líquido que tiene una presión manométrica de 50 kPa a una profundidad de 2 m? Tome la temperatura como 20 °C.
4. Halle la profundidad o nivel de líquido, en m, en un tanque lleno por completo de aceite (G = 0.9), si la presión absoluta en el fondo es 200 kPa y la presión atmosférica es la estándar.
5. ¿A cuántos mmHg equivalen 2 m normales de agua? (A 20 °C tome la densidad relativa del mercurio como 13.6).

   Con base en la figura 7 del ejercicio resuelto 5, resuelva los problemas 6, 7 y 8 de acuerdo con los datos de alturas y densidad relativa del aceite en el tanque.
6. Halle la presión manométrica del aire, en kPa, si H_1 es 80 cm, H_2 es 20 cm y H_3 es 50 cm. El G del aceite es 0.7.

7. Halle la altura H_3, en cm, si la presión manométrica del aire es 100 kPa, H_1 es 1 m, H_2 es 10 cm y G del aceite es 0.8
8. Halle la densidad relativa del mercurio si H_1 es 80 cm, H_2 es 20 cm y H_3 es 50 cm y la presión manométrica del aire es 60 kPa.

De acuerdo con la figura 8, responda las preguntas 9 y 10.

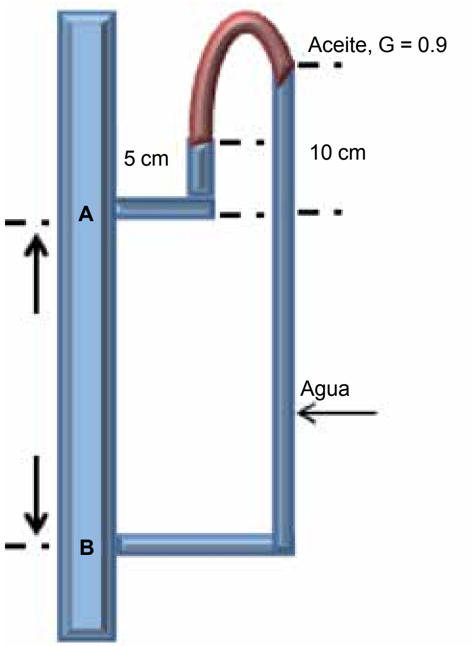


Figura 8. Problemas 9 y 10.

9. ¿Cuánto vale la diferencia de presiones manométricas entre A y B? Exprese la respuesta en kPa.
10. Sin hacer cálculos, ¿cuánto valen la diferencias de presiones manométricas entre B y A? Con base en las respuestas anteriores, ¿hacia dónde va el flujo de agua de A hacia B o de B hacia A?

Bibliografía

Binder R. (1953). Fluid statics. En *Fluid mechanics* (pp. 9-14). Nueva York: Prentice Hall.

Cengel, Yunus, y Cimbala, John. (2006). Capítulo 3. En *Mecánica de Fluidos. Fundamentos y aplicaciones* (1ª edición, 66-77). México: McGraw Hill.

Daugherty, Robert, Franzini, Joseph, y Ingersoll, A. (1954). Pressure. En *Fluid mechanics with engineering applications.* (pp. 19-32). Nueva York: Mc Graw Hill.

Franzini, Joseph, y Finnemore, John. (1999). Estática de fluidos. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición, pp. 29-36). Nueva York: McGraw-Hill.

Hansen, Arthur. (1971). La ecuación básica de la hidrostática. En *Mecánica de Fluidos* (pp. 65-83). México: Limusa-Wiley

Mott, Robert. (2006). Medición de la presión. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 52-70). México: Pearson Educación.

Webber, B. (1969). Hidrostática: Intensidad y medida de la presión. En *Mecánica de fluidos para ingenieros* (pp. 30-32). España: Urmo.

Guía 5. Fuerzas hidrostáticas sobre superficies sumergidas

Competencias específicas

- Entender el concepto de fuerza ejercida por un fluido estático sobre superficies en contacto con este.
- Calcular la fuerza ejercida por un gas sobre las paredes internas de un recipiente que lo contiene.
- Calcular la fuerza que ejerce un líquido sobre el fondo de un recipiente.
- Calcular la fuerza que ejerce un líquido sobre paredes laterales planas, ya sean rectas o inclinadas.
- Calcular la fuerza que ejerce un líquido sobre secciones (ventanas, portillos, etc.) en una pared lateral plana.

Resumen teórico

Presión y fuerza están íntimamente relacionadas: a mayor presión, mayor fuerza. Así, un tanque debe ser suficientemente resistente en el fondo para soportar la fuerza de todo el peso de líquido. Un cilindro que contiene un gas debe soportar grandes presiones, que pueden aumentar con un incremento de temperatura ambiente. Por ejemplo, si el vidrio de una pecera no es suficientemente resistente puede presentar fugas en la parte inferior o en la junta de las paredes con el fondo; o las escotillas de los submarinos (de vidrio también) deben tener grosor suficiente para resistir las altas presiones de las profundidades marinas. En una infinidad de casos puntuales, el cálculo de la fuerza ejercida por un fluido sobre paredes sumergidas es vital para el diseño seguro de esas aplicaciones.

Generalidades

Todo fluido en reposo confinado en un recipiente ejerce presión sobre el fondo y sobre las paredes del recipiente; pero interesa sobre todo calcular la fuerza (que es presión por área). Para los gases en recipientes herméticos, esta presión es constante en todo el recipiente. Lo que va a variar es el área. Sin embargo, en el caso de los líquidos, la presión ejercida por estos a lo largo de las paredes no es constante, sino que aumenta desde la superficie hasta el fondo del recipiente. En el caso de almacenamiento de gases, la forma más común son los cilindros. Estos deben ser ensayados para determinar su resistencia a la presión máxima y a cambios de presión durante la operación por efecto de cambios en la temperatura de almacenamiento. En Colombia, la norma NTC 5171 detalla el procedimiento para la prueba de expansión elástica de los cilindros debido a estas fuerzas generadas por cambios de presión.[9]

Si la presión es uniforme sobre toda el área considerada, simplemente:

$$F = P_{prom} A$$

La fuerza resultante se concentra toda en un punto: centro de presión, que generalmente se puede considerar como la mitad de la altura total del líquido.

$$F_R = \gamma \left(\frac{h}{2} \right) A$$

Fuerza resultante y centro de presión en pared rectangular

Calcule la F por la ecuación:

$$F_R = \gamma \left(\frac{h}{2} \right) A$$

Localice el centro de presión en h/3 a partir del fondo de la pared.

Fuerza resultante y centro de presión en cualquier superficie

Procedimiento de cálculo de la magnitud de la fuerza y determinación del punto de aplicación:

- Señale el punto en la gráfica donde el lado inclinado del área de interés corta la superficie del líquido (punto S).
- Halle el centro geométrico del área de interés: centroide.
- Localice la distancia vertical entre la superficie libre y el centroide del área: h_c.
- Identifique la distancia inclinada desde la superficie libre hasta el centroide del área: L_c. Ahora, h_c y L_c se relacionan por: $h_c = L_c \, sen\, \theta$
- Calcule el área de interés en la que se va a hallar la fuerza.
- Halle la fuerza resultante por: $F_R = \gamma h_c A$
- Calcule el momento de inercia del área con respecto al eje que pasa por el centroide, I_c.

[9] Para ampliar la información al respecto, véase Galindo (2017).

- Determine la posición del centroide con base en: $L_p = L_C + I_C/(L_C A)$.
- Dibuje la F_R perpendicular al área de interés y pasando por el punto de aplicación.
- En el dibujo señale la dimensión L_P y las líneas para L_P y L_C que cruzan en el punto S.

Ejemplos resueltos

Ejercicio 1

Determine la fuerza ejercida por 50 moles de N_2 en una bala de 1 m^3 a temperatura de 25 °C sobre el fondo de forma circular de 30 cm de diámetro

Solución

Primero hay que determinar la presión que está ejerciendo el gas con la ecuación de gases ideales para simplificar las cosas.

$$PV = nRT \rightarrow P = \frac{nRT}{V} = \frac{50\ mol * 0.082 \frac{atm * L}{mol * K} * 298\ K}{1000 L} = 1.22 atm \approx 123\ 800 Pa$$

Ahora se determina la fuerza.

$$F = P * A = 123\ 800 \frac{N}{m^2} * \left(\frac{\pi}{4} * (0.3\ m)^2 \right) = 8750.9 N \text{ ó } 8.75\ kN$$

Ejercicio 2

Para el siguiente tanque de 2 m de diámetro calcule la fuerza ejercida sobre el fondo del mismo. Dato: $G_{glicerina} = 1.25$

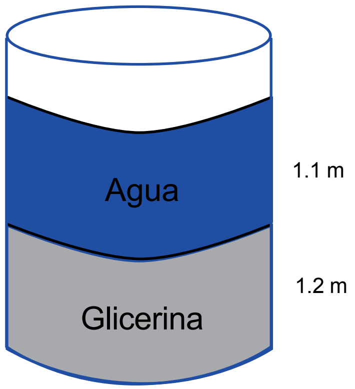


Figura 9. Problema 2.

Solución

Se puede resolver de dos maneras: se suman las fuerzas de cada líquido halladas previamente, o se encuentra la presión total como la suma de las presiones parciales de cada líquido y luego se multiplica por el área esa presión total. Aquí se muestra la segunda forma de solución:

$$P_{Total}A = \left[\left(\gamma_{agua}h_{agua}\right) + \left(\gamma_{glic}h_{glic}\right)\right]A$$

$$= \left(\frac{\pi}{4} * (2m)^2\right) * \left[(9800 * 1.1) + (1.25 * 9800 * 1.2)\right] Pa$$

$$F_{Total} = 80\ 047.8\ N = 80.05\ kN$$

Ejercicio 3

¿Cuánto valdrá la fuerza ejercida por el agua de una represa contra el muro de contención de 10 m de alto y 4 m de ancho si está llena en un 80 %? ¿A qué altura del fondo de la represa estará ubicado el centro de presión?

Solución

La fuerza ejercida por el agua o cualquier líquido sobre la pared lateral será simplemente:

$$F = \gamma h_c A = \gamma \frac{h}{2} A = 9800 \frac{N}{m^3}\left(10 * \frac{0.8}{2}\right) m * (4m * 10 * 0.8) = 1\ 254\ 400 N = 1.25 MN$$

Ahora la ubicación del centro de presión:

$$h_c = \frac{h}{3} = \frac{10 * 0.8\ m}{3} = 2.67\ m$$

A esa distancia del fondo de la represa estará el centro de presión.

Ejercicios propuestos

1. Halle la fuerza ejercida por aceite de densidad relativa 0.8 sobre el fondo de un tanque circular de 2 m de diámetro. El nivel del aceite en el tanque es 3 m.
2. En un tanque de 2 m de diámetro, como el de la figura 9, coexisten dos líquidos de densidades relativas 0.8 y 1.2. Sabiendo que los dos tienen el mismo nivel (*h*) y que la fuerza total sobre el fondo es 120 000 N, determinar el nivel de cada líquido en el tanque.

   La figura 10 sirve para resolver los problemas 3, 4 y 5, considerando que mide 1.2 m de ancho (hacia dentro del papel).

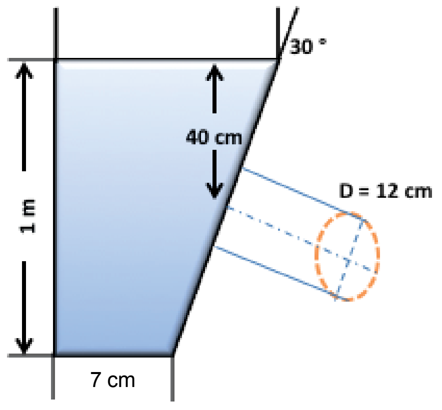


Figura 10. Problemas 3, 4 y 5.

3. Calcule la fuerza ejercida por el líquido del tanque G = 1.1 sobre el portillo circular de D = 12 cm
4. Calcule la fuerza ejercida sobre la pared vertical recta de 1 m de alto y determine a qué altura (desde la superficie del tanque) estará ubicado el centro de presión.
5. Calcule la fuerza ejercida sobre el fondo del tanque de forma rectangular.

Bibliografía

Binder, R. (1953). Total force on plane submerged surfaces. En *Fluid mechanics* (pp. 15-19). Nueva York: Prentice Hall.

Daugherty, Robert, Franzini, Joseph, y Ingersoll, A. (1954). Hidrostatic forces on areas. En *Fluid mechanics with engineering applications* (pp. 34-50). Nueva York: Mc Graw Hill.

Franzini, Joseph, y Finnemore John. (1999). Estática de fluidos. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición, pp. 36-52). Nueva York: McGraw-Hill.

Galindo, Adriana. (2017). *Diseño de máquina para posicionar cilindros de gas después de la prueba hidrostática para la empresa Linde Colombia S .A.* (tesis de pregrado). Ingeniera mecánica, Universidad de América, Bogotá Colombia.

Hansen, Arthur. (1971). Empuje sobre superficies sumergidas. En *Mecánica de fluidos* (pp. 84-92). México: Limusa-Wiley.

Mott, Robert. (2006). Fuerza sobre áreas planas y curvas sumergidas. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 75-113). México: Pearson Educación.

Webber, B. (1969). Fuerza sobre superficie. En *Mecánica de fluidos para ingenieros* (pp. 34-39-31). Urmo: España.

Guía 6. Flotabilidad de cuerpos sumergidos en fluidos

Competencias específicas

- Determinar el empuje que sufre un sólido cuando se sumerge en un fluido.
- Calcular la fuerza resultante y requerida para una determinada situación de flotabilidad.
- Aplicar el concepto a diferentes situaciones como cálculo de densidad, densidad relativa y peso específico de un material sumergido en un líquido. Igualmente, con este factor se puede determinar el área mínima de un material para que flote en un líquido soportando determinada masa, entre otros aspectos relacionados.

Resumen teórico

Para tener una comprensión del fenómeno de flotación de los cuerpos sumergidos en un fluido se debe considerar que la flotación está relacionada con la densidad relativa, el peso específico, la posición relativa del cuerpo al ser sumergido, la fuerza necesaria para mantener un cuerpo en determinada posición dentro de un líquido, entre otros factores. Cuando un sólido se sumerge dentro de un líquido (o aún, dentro de un gas) experimenta una fuerza de empuje vertical hacia arriba, igual al peso del fluido desplazado (principio de Arquímedes). Manejando bien estos conceptos se tiene una base fuerte para entender y aplicar las operaciones de separación basadas en la flotación y que se emplean en la industria química, así como con en la industria del petróleo. Algunas de estas operaciones son: flotación, separación por gravedad específica, separadores neumáticos, etc.

Generalidades

Como se dijo anteriormente, un cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza hacia arriba que es consecuencia del *empuje* del fluido e igual al peso del fluido que desplaza. Esto se expresa matemáticamente por: $F_E = \gamma_f V_d$

Donde γ_f es el peso específico del fluido, y V_d es el volumen de fluido desplazado. Si el cuerpo está sumergido por completo, el volumen desplazado sería igual al volumen del cuerpo (V_C); pero si flota, será la fracción de volumen del cuerpo que está por debajo de la superficie del fluido. Ahora, el peso del cuerpo se puede expresar por:

$$W = m_c g$$

O por:

$$W = \gamma_c V_c$$

En donde el subíndice "c" representa el cuerpo (o sólido sumergido)

Muchas veces no es solo un cuerpo el que se sumerge, sino dos o más; uno de estos realmente está en contacto con el líquido, mientras que los demás están sobre el primero y no entran en contacto con el líquido. En esos casos, la masa del cuerpo es la masa total, pero el volumen del cuerpo no es la suma de los volúmenes individuales, sino solamente el volumen del cuerpo que está en contacto con el líquido, los demás no se consideran para el volumen.

Procedimiento de solución de problemas de flotabilidad

- Tener claro qué es lo que pregunta el problema: peso del fluido ($W = \gamma_c V_C$ = mg), volumen del cuerpo (V_c), volumen desplazado (V_d) o fuerza resultante (F_R).
- Realizar un diagrama de cuerpo libre, en el que estén todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo: peso (W), tensión (T), empuje ($F_E = \gamma_f V_d$), etc.
- Realizar el balance de fuerzas en el eje *y*: $\sum F_y = 0$, con la dirección positiva hacia arriba.
- Despejar la ecuación basado en las condiciones de equilibrio:

  Si $\gamma_C < \gamma_f$, el cuerpo flotará.

  Si $\gamma_C > \gamma_f$, el cuerpo se hundirá.

  Si $\gamma_C = \gamma_f$, el cuerpo queda en flotabilidad neutra.

Ejemplos resueltos

Ejercicio 1

Si un cuerpo flota en agua con un 60 % de su volumen por fuera de la superficie, determine si es posible su densidad relativa, densidad absoluta y peso específico en unidades oficiales del Sistema Internacional.

Solución

Se asume como si la parte del sólido que está sumergida dentro del agua estuviera flotando con flotabilidad neutra, de manera que para ese volumen (igual al volumen desplazado del líquido) se cumple que el empuje es igual al peso del cuerpo:

$$F_E = W$$

$$\gamma_f V_d = \gamma_c V_c$$

Pero se sabe que el 60 % del volumen del cuerpo está por fuera del agua, o sea que el restante 40 % está por dentro del agua. Esto es,

$$V_d = 0.4 * V_c$$

Reemplazando:

$$\gamma_f * 0.4 * V_c = \gamma_c * V_c$$

Cancelando términos semejantes y despejando peso específico del cuerpo sobre peso específico del líquido, que es agua, nos da la densidad relativa:

$$\frac{\gamma_c}{\gamma_f} = 0.4$$

Entonces:

$$G_C = 0.4$$

$$\rho_C = 0.4 * 1000\ kg/m^3 = 400\ kg/m^3$$

$$\gamma_c = 0.4 * \gamma_{H_2O} = 0.4 * 9800\ N/m^3 = 3920\ N/m^3$$

Ejercicio 2

Calcule lo mismo que en el ejercicio anterior para un cuerpo cuyo peso en el aire es 2000 N y en el agua es 1500 N.

Solución

En este caso, el peso en el agua (también llamado "peso aparente") es la resultante del peso del cuerpo en el aire menos el empuje vertical que este sufre por parte del agua cuando se sumerge, así:

$$F_r = W - F_E \rightarrow 1500 = 2000 - F_E$$

Entonces, despejando el empuje:

$$F_E = 500\ N$$

Por definición:

$$F_E = \gamma_f V_c$$

Se supone que está completamente sumergido; por eso se empleó V_c en lugar de V_d en la ecuación anterior. Eso es precisamente lo que se despeja, el volumen del cuerpo. Luego, sabiendo el peso real, en el aire se halla el peso específico del cuerpo y con este peso se calcula la densidad y la densidad relativa, así:

$$V_c = \frac{500}{9800} = 0.05102\ m^3$$

$$\gamma_c = \frac{W}{Vc} = \frac{2000}{0.05102} = 39\ 200\ N/m^3$$

$$\rho_c = \frac{\gamma_c}{g} = 4000\ kg/m^3$$

$$G = \frac{4000}{1000} = 4$$

También se habría podido resolver más rápido, dividiendo el peso real entre el empuje:

$$G = \frac{\gamma_C}{\gamma_{H_2O}} = \frac{W_C}{F_E} = \frac{2000\ N}{500\ N} = 4$$

Pero lo anterior es solamente válido cuando el cuerpo se sumerge en agua dulce (ni siquiera en agua de mar). Si el líquido es diferente, se aplica el procedimiento largo.

Ejercicio 3

¿Cuál debe ser el área mínima en m^2 de un bloque de madera que tiene un espesor de 30 cm y una densidad relativa de 0.8 para que pueda soportar una masa de 2500 kg sin que se hunda en agua dulce?

Solución

Aquí se trata de dos cuerpos, un bloque de madera y un objeto de masa conocida y volumen desconocido. Se busca que ese objeto no se hunda, pero el bloque de madera sí puede estar a ras, con su superficie al mismo nivel de la superficie del agua. Entonces, el volumen del cuerpo será el mismo volumen del bloque de madera. Aquí no se tiene en cuenta el volumen del cuerpo que se ponga sobre este porque no está en contacto con el agua.

$$F_E = \gamma_{H2O} V_c = W_T = m_T g$$

Pero el peso total es la suma del peso del bloque más el peso extra. Sabiendo que peso es igual a masa por gravedad y que la masa es densidad por volumen, esto se expresa matemáticamente así:

$$\left[\left(\rho_{madera} g(AX)\right) + \left(m_{extra} g\right)\right] = \left[\rho_{H_2O} g(AX)\right]$$

Donde X es el espesor del bloque y A es el área mínima que pide el ejercicio. Se cancelan las "g" y se despeja A:

$$\rho_{madera}(AX) + m_{extra} = \rho_{H_2O}(AX)$$

$$A = \frac{m}{X\left(\rho_{agua} - \rho_{madera}\right)} = \frac{2500kg}{0.3m(1000-800)kg/m^3} = 41.67m^2$$

De manera similar se pueden resolver problemas donde pidan el mínimo espesor del bloque o la máxima masa que se puede añadir sin que se hunda en agua dulce o en agua de mar.

Ejercicios propuestos

1. Determine qué fuerza debe aplicarse y en qué sentido para que un cuerpo de peso 10 kN y volumen 1 m^3 flote en agua dulce con todo su volumen sumergido sin que se hunda.
2. Repita el problema 1 pero si se sumerge en glicerina de una densidad relativa de 1.25
3. ¿Qué porcentaje del volumen de un cuerpo con densidad relativa 0.75 queda por fuera de la superficie del agua?
4. Considere el ejercicio anterior, pero ahora el cuerpo se sumerge en glicerina de densidad relativa 1.25.
5. ¿Cuál es el espesor mínimo de un bloque de madera con densidad relativa 0.8 y de área 20 m^2 para que soporte sin hundirse una masa de 500 kg en agua dulce?
6. ¿Cuál es la masa máxima que puede soportar un bloque de madera con densidad relativa 0.8, con un área de 2 m^2 y un espesor de 30 cm en agua de mar (densidad relativa 1.03)?

Bibliografía

Binder, R. (1953). Buoyancy. En *Fluid mechanics* (pp. 22-23). Nueva York: Prentice Hall.

Cengel, Yunus, y Cimbala, John. (2006*). Mecánica de Fluidos. Fundamentos y aplicaciones*. México: McGraw Hill.

Franzini, Joseph, y Finnemore, John. (1999). Estática de fluidos. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición, pp. 53-60). Nueva York: McGraw-Hill.

Hansen, Arthur. (1971). Empuje vertical en cuerpos sumergidos. En *Mecánica de fluidos* (pp. 93-94). México: Limusa-Wiley.

Mott, Robert. (2006). Flotabilidad y estabilidad. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 115-1143). México: Pearson Educación.

Sandoval, Juan. (2013). Mecánica de fluidos [documento en línea]. Recuperado de https://www.academia.edu/4874269/flotabilidad_y_estabilidad

Webber, B. (1969). Empuje de Arquímedes. En *Mecánica de fluidos para ingenieros* (pp. 40-48). Urmo: España.

Taller de repaso para el parcial

Propiedades de los fluidos

a) Un espacio de 3 cm entre dos placas paralelas de 1 m^2 de área cada una se llena con un aceite lubricante SAE 30W a 20 °C. Si se quiere mover la placa superior con una velocidad de 1 m/s, ¿qué fuerza, en N, se debe aplicar?

b) Suponga que un líquido de densidad relativa 0.92 asciende 5 cm por un tubo capilar de 1.2 mm de diámetro. Si el ángulo de contacto entre ese líquido y la superficie es 15°, determine la tensión superficial del líquido en N/m.

c) Determine la viscosidad absoluta en Pa*s, poises y centipoises de un líquido de viscosidad cinemática 3000 St y densidad relativa 0.8.

d) Calcule el porcentaje de volumen que disminuye el agua cuando se le aplica una presión de 30 MPa, a 20 °C, siendo su módulo de compresibilidad aproximadamente 2100 MPa.

e) A 20 °C, la presión de vapor del agua es aproximadamente 2338 Pa. Si la presión atmosférica es 95 kPa, determine si es posible que cavite[10] una bomba cuya presión a su entrada es 2 psig.

Definición de presión y aplicaciones del principio de Pascal

a) Compare la presión ejercida por una cama de agua de 2 x 2 x 0.4 m (densidad del agua 1 g/cm^3) con la presión ejercida, si la cama se pone sobre un soporte de cuatro patas (cada una con un área de 3 cm^2) y sin considerar el peso del soporte.

b) ¿Qué peso máximo se puede soportar en el émbolo grande un cilindro de 10 cm de diámetro, si en el émbolo pequeño de 3 cm de diámetro se ejerce una fuerza de 10 N?

c) ¿Cuál es la ventaja mecánica de un gato hidráulico que levanta 1000 N aplicando en el cilindro pequeño una fuerza de 10 N?, ¿cuánto deberá medir el diámetro pequeño si el diámetro grande mide 20 cm?

---

[10] Si la presión a la entrada de la bomba es mayor a la presión manométrica, no cavita

Presión absoluta, manométrica y atmosférica

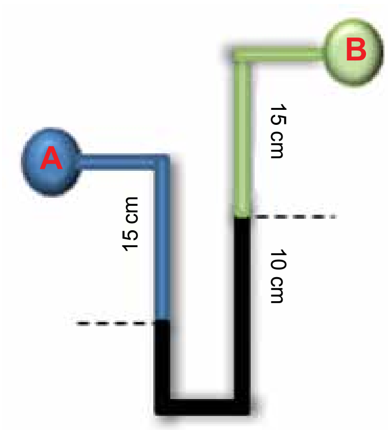
a) Un tanque cerrado lleno de un sólido seco se somete a una presión manométrica de un gas inerte de 10 psig. Si la presión atmosférica es 101 325 Pa, calcule la presión absoluta total en psia, kPa y atm

b) ¿Cuál será la presión absoluta en el fondo de un tanque aceite de densidad relativa 0.68, si la altura del líquido sobre el fondo es de 3 m y la presión atmosférica local es de 1 bar?

c) Una bomba de vacío logra un 30 % de vacío en un equipo de secado de papel. Determine ese valor en Pa, atm, psig y mmHg

d) Si la presión manométrica en un determinado punto de una tubería es de 12 psig y la presión atmosférica es 14.5 psia, ¿cuál será la presión absoluta en mmHg y en atm?

e) Determinar la diferencia de presión entre los dos tubos de la figura 11.



Densidad del líquido A: 1100 kg/m^3
Densidad del líquido B: 900 kg/m^3
Líquido manométrico: mercurio, S =1 3.6

Figura 11. Problema e.

f) ¿Cuál es la presión manométrica en kPa, bar y psig en un equipo si se registra la presión absoluta y da 150 kPa y la presión manométrica es 1.08 bar?

g) Para el manómetro conectado al tanque, según la figura 12, determine la presión manométrica en psig, sabiendo que: la densidad relativa de ese aceite es 0.9; la densidad relativa del mercurio, 13.6, y las alturas, h_1 = 70 cm, h_2 = 15 cm y h_3 = 25 cm.

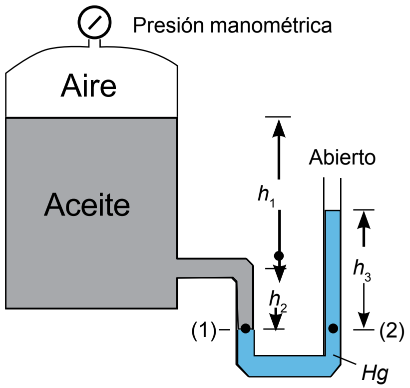


Figura 12. Problema g.

h) En el manómetro de la figura 13 hay tres líquidos. Determine la altura *d* cuando la presión en 1 es 10 kPa manométricos. Datos: la densidad relativa del aceite es 0.8 y la densidad relativa del Hg es 13.6.

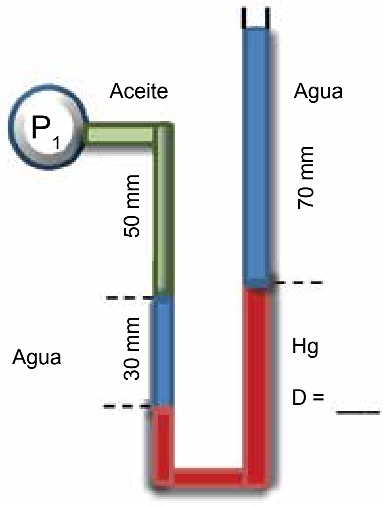


Figura 13. Problema h.

i) Para el manómetro compuesto que se muestra en la figura 14, calcule la presión en el punto A, donde h_1 = 125 mm, h_2 = 250 mm, h_3 = 50 mm y h_4 = 475 mm.

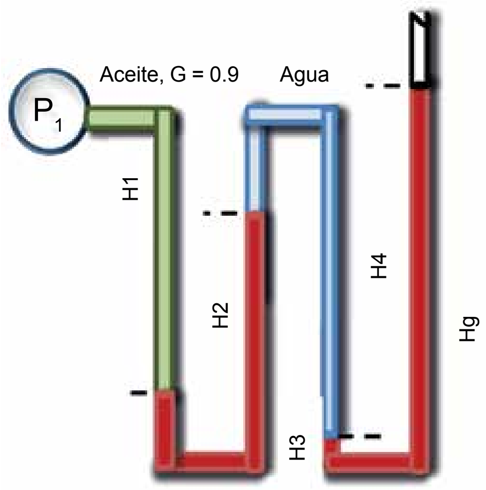


Figura 14. Problema i.

j) Halle la nueva lectura diferencial para el siguiente manómetro si la presión del tubo A disminuye 12 kPa y la presión en el tubo B es constante. La densidad relativa del líquido en A es de 0.9 y el líquido en B es agua a 20 °C. La densidad relativa del líquido manométrico es 1.25.

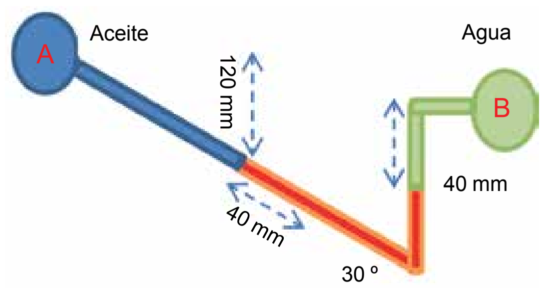


Figura 15. Problema j.

Fuerzas de fluidos sobre superficies

a) Calcular la fuerza ejercida por el agua en el recipiente que se muestra en la figura 16 sobre cada cara.

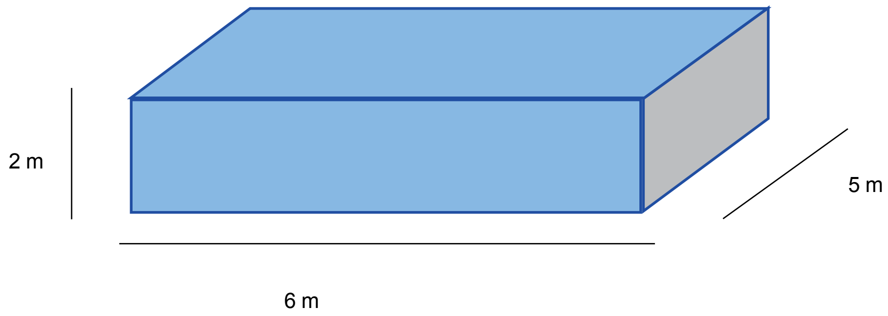


Figura 16. Problema a.

b) Calcular la fuerza ejercida por el agua sobre esa ventana de dimensiones 1.2 × 2 m, si el ángulo de inclinación del muro es de 45° y el ancho de ese muro es de 20 m.

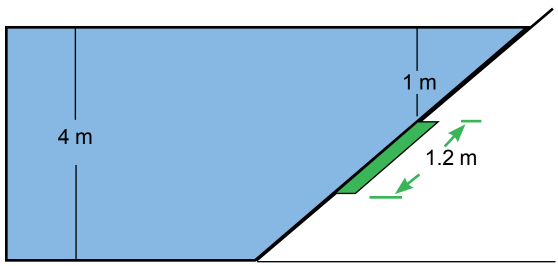


Figura 17. Problema b.

c) Calcular la fuerza ejercida por el agua sobre el lado inclinado del siguiente tanque que tiene una profundidad de 4 m.

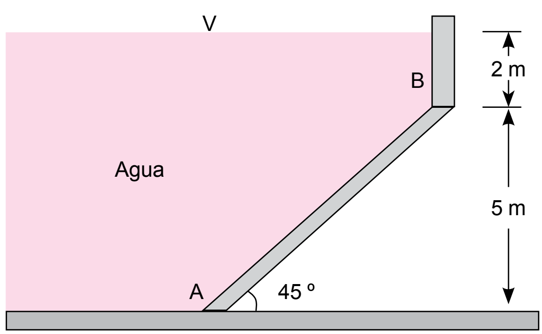


Figura 18. Problema c.

d) La figura 19 muestra un tanque de almacenamiento de jugo de naranja. Calcule la magnitud de la fuerza total sobre el portillo circular:

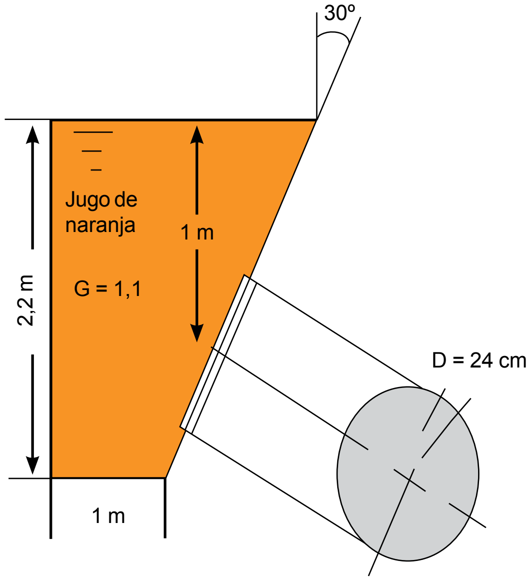


Figura 19. Problema d.

e) Se diseñó una regadera para sitios alejados. Su diámetro es de 500 mm y su altura es de 1800 mm. Tiene una válvula para descarga de 75 mm de diámetro, que está sujeta con una bisagra por donde gira para abrirse si se hace fuerza hacia arriba. ¿Cuál será la mínima fuerza necesaria para abrir esa válvula si la regadera portátil está llena?

Aplicación del principio de Arquímedes

a) El cuerpo esférico de la figura 20 tiene una densidad relativa de 1.2 y un diámetro 3 cm. Calcular: el volumen que sobresale de la superficie si se sumerge en mercurio; la fuerza necesaria para que flote en la superficie si se sumerge en agua a 20 °C, y el volumen desalojado de aceite si se sumerge en aceite de densidad relativa 0.9

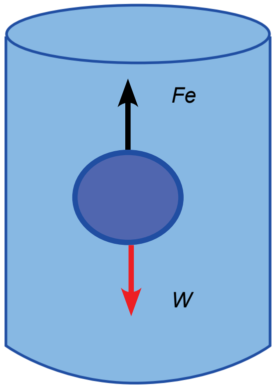


Figura 20. Problema a.

b) Una piedra pesa 350 N en el aire y 275 N en el agua. Calcular su volumen y su peso específico.

c) ¿Cuál es el área mínima de un bloque de hielo que tiene densidad 0.97 g/cm^3 y espesor 30 cm, para que soporte a un esquimal de 700 N de peso y un oso polar pequeño de 80 kg de masa y sin que se hundan en agua de mar de densidad 1.05 g/mL?

DINÁMICA DE FLUIDOS

Guía 7. Ecuación de continuidad y ecuación de Bernoulli

Competencias específicas

- Aplicar el teorema de conservación de la materia a un elemento de fluido que se desplaza por una tubería cerrada.
- Aplicar el teorema de conservación de la energía a un elemento de fluido.
- Determinar los componentes que influyen en la energía de un fluido en forma ideal.
- Aplicar la ecuación de Bernoulli a diferentes casos de transporte de fluidos en forma ideal.

Resumen teórico de ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad y la ecuación de Bernoulli son dos pilares fundamentales de la mecánica de fluidos y de otras asignaturas. Estas ecuaciones se basan en dos principios de la termodinámica: conservación de la materia, para la ecuación de continuidad, y conservación de la energía, para la ecuación de Bernoulli. Este punto es fundamental para entender los demás temas que faltan del curso de fluidos. Aquí se explica brevemente las principales relaciones de flujo (o velocidades de flujo) que son necesarias para el cálculo de las demás variables del proceso de transporte de fluidos.

Relaciones de flujo

Permiten expresar relaciones entre masa, peso y volumen con respecto al tiempo.

Flujo volumétrico (caudal). Expresa la velocidad de transporte de fluidos considerando volumen sobre tiempo:

$$Q = \frac{V}{t} = vA$$

Donde V es volumen; t, tiempo; v, velocidad, y A, área.

Flujo másico. Expresa la cantidad de masa que se mueve por unidad de tiempo:

$$\dot{m} = m/t$$

Donde m es masa.

Flujo en peso. Relación entre el peso (masa por gravedad) que fluye por unidad de tiempo:

$$\dot{w} = \frac{W}{t} = \frac{mg}{t}$$

Donde W es peso y g es la aceleración de la gravedad. Existe también el flujo molar, pero este no se ve en mecánica de fluidos, sino en balance de materia, cinética y otras asignaturas de Ingeniería Química. Las equivalencias que se pueden dar entre relaciones de flujo son:

$$\dot{m} = \rho Q \quad \dot{m} = \rho A v$$

$$\dot{w} = \gamma Q \quad \dot{w} = \dot{m} g$$

Ecuación de continuidad

Es una forma de aplicar el principio de conservación de la materia al caso de flujo de fluidos. Se parte de un volumen de control (imaginario) para flujo interno por tuberías, el cual se mueve por esa tubería sin derivaciones y en estado estacionario. El flujo másico que atraviesa entrando en las fronteras del volumen de control es el mismo que el que sale de ese volumen, así:

La ecuación de continuidad general aplica directamente para gases:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Y para líquidos, ya que la densidad es constante en todo el sistema de flujo:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Otra manera de expresar la ecuación para líquidos:

$$Q_1 = Q_2$$

Ejercicios resueltos de continuidad

Ejercicio 1

Por una tubería de 30 cm de diámetro circulan 1800 L/min. Si el diámetro de la tubería se reduce a 15 cm, calcular las velocidades medias en ambas tuberías.

Solución

$$\left(1800\, {}^{L}\!/_{\min}\right) * * \frac{1\min}{60s} = 0.03\ m^3/s$$

$$Q/A_1 = v_1 = \frac{0.03\ m^3/s}{\pi(0.3\ m)^2/4} = 0.43\ m/s$$

$$Q/A_2 = v_2 = \frac{0.03\ m^3/s}{\pi(0.15\ m)^2/4} = 1.7\ m/s$$

Concluimos que si el diámetro de una tubería se reduce a la mitad en una sección de la misma, la velocidad promedio del líquido aumenta 4 veces, porque la relación de velocidades (final a inicial) es igual al cuadrado de la relación de diámetros (en tuberías de sección transversal circular). Pero, como se pudo ver, el caudal sigue siendo el mismo, es decir, no cambia con el tiempo.

Ejercicio 2

Si la velocidad en una tubería de 30 cm es 0.5 m/s, ¿cuál será la velocidad en el chorro de 7.5 cm de diámetro que sale por una boquilla unida al extremo de la tubería?

Solución

$$Q = A_{30}v_{30} = A_{7.5}v_{7.5}$$

Por lo tanto:

$$30^2 v_{30} = 7.5^2 v_{7.5}$$

Entonces,

$$v_{7.5} = \left(\frac{30}{7.5}\right)^2 * 0.5\frac{m}{s} = 16 * 0.5 = 8\ m/s$$

De manera similar al ejercicio anterior, pero en este caso la disminución de diámetros es de 4 veces; luego, el aumento de la velocidad es de 4^2, es decir, 16 veces. Compruébelo.

Ejercicio 3

A través de una tubería de 15 cm de diámetro está fluyendo aire con una presión manométrica de 2.1 kg/cm^2 y una temperatura de 38 °C. Si la presión barométrica es de 1.03 kg/cm^2 y la velocidad media es de 3.2 m/s, determine el flujo másico del aire que está circulando. Tome la masa molar[11] del aire como 28.8 mol^{-1}.

Solución

El aire a esa temperatura y presión se puede considerar ideal. Se debe aplicar la ley de los gases ideales[12] para determinar la densidad del aire y luego se aplica la definición de flujo másico ($\dot{m} = \rho uA$).

$$\rho = \frac{PM}{RT} = \frac{\left[(2.1.+1.03)*9.8*10\ 000\ Pa\right]\left(\dfrac{28.8\ kg}{kmol}aire\right)}{8314\dfrac{Pa*m^3}{kmol*K}*(38+273.15K)} = 3.43\ kg/m^3$$

$$\dot{m} = \rho vA = \frac{3{,}43\ kg}{m^3}*\frac{3.2\ m}{s}*\pi*\frac{(0.15\ m)^2}{4} = 0.194\ kg/s$$

Ejercicio 4

Fluye aire a 14.7 psia y 100 °F con una velocidad de 20 pies/s por un ducto de área cuadrada 1 1 pie de lado. Más adelante el ducto es redondo, tiene diámetro de 1.5 pie; por allí circula el aire a una velocidad de 15 pies/s. Determine: a) las densidades del aire en las distintas secciones y b) flujo másico del aire en lbm/s. Tenga en cuenta todo lo relacionado con gases ideales: ecuación de estado, conversiones y constante universal en unidades inglesas.

Solución

Áreas de las secciones

$$A_1 = l^2 = (1pie)^2 = 1\ pie^2;\ \ A_2 = \frac{\pi(1.5\ pie)^2}{4} = 1.76715\ pie^2$$

---

[11] La masa molar (M) tiene el mismo valor si se expresa en g/mol, kg/kg-mol o lbm/lb-mol

[12] En la ley de los gases ideales hay que emplear unidades absolutas de presión y de temperatura para hallar la densidad del aire.

a) Densidad del aire en la sección cuadrada (por ecuación de gases ideales)

$$\rho_1 = \frac{PM}{RT} = \frac{14.7\,psia * 28.8\,\dfrac{lbm}{lb-mol}}{1073\,\dfrac{psia * pie^3}{lb-mol *^{\circ} R} * (100+460)^{\circ} R} = 0.0704\,\frac{lbm}{pie^3}$$

Entonces, la densidad del aire en la sección redonda es:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 A_1 v_1}{A_2 v_2} = \frac{\dfrac{0.0704\ lbm}{pie^3} * 1\ pie^2 * 20\ pie/s}{1.76715\ pie^2 * 15\ pie/s} = 0.0531\ lbm/pie^3$$

b) El flujo en masa se puede calcular con los datos de la sección 1 o de la sección 2, porque el flujo másico o el flujo en peso siempre se conservan, así sea con gases[13]:

$$\dot{m} = \rho_1 Q_1 = \rho_1 u_1 A_1$$

$$\dot{m} = \left(\frac{0.0704\ lbm}{pie^3}\right) * \left[\left(20\,\frac{pies}{s}\right)\right] * \left[1\ pie^2\right] = 1.4\,\frac{lbm}{s}$$

Aquí hay que recordar lo que se explicó en la guía 2: en el Sistema Inglés la densidad en lbm/pie^3 y el peso específico en lbf/pie^3 tienen el mismo valor. Por ello, el resultado del cálculo de flujo en peso es el mismo, pero con unidades de lbf/pie^3.

Resumen teórico de ecuación de Bernoulli

Esta ecuación está basada en el principio de conservación de la energía. Relaciona la carga total de un sistema expresada en sus diferentes componentes: energía potencial, energía de flujo (producto presión por volumen) y energía cinética. Para otras asignaturas se expresa en función de la energía como tal, pero en mecánica de fluidos se lleva a dimensión de longitud. El proceso de obtención no se presenta en esta obra; aunque esta es resultado de dividir entre el peso del fluido, porque energía = fuerza x

[13] No obstante, en el caso de los gases, el flujo volumétrico sí puede cambiar aunque no existan divisiones de flujo.

distancia y el peso es una fuerza. Esta división conduce a una nueva variable de efectos prácticos, que se conoce como "carga" (o "cabeza", según algunos autores). Se entiende "carga" como la energía sobre unidad de peso de fluido circulante, la que, como se dijo anteriormente, tiene dimensiones de longitud.

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{u_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{u_2^2}{2g}+z_2$$

Por su parte, la ecuación de Bernoulli establece que la carga total de un fluido ideal se mantiene constante en toda la trayectoria para un flujo estacionario. Los componentes de la carga total se definen así:

– *Carga de presión o carga de flujo*. Presión (manométrica o absoluta si se conoce la presión atmosférica [ver ejemplo resuelto n.º 1]) ($p = \rho g h = \gamma h$) sobre el peso específico del fluido (γ) en esa sección:

$$\frac{p_1}{\gamma},\frac{p_2}{\gamma}$$

En términos matemáticos daría una altura, (h), llamada altura manométrica (piezómetrica) si se halla por medio de un manómetro (piezómetro). Si la ecuación se aplica a flujo incompresible, los pesos específicos no cambiarán; pero si se trabaja con gases en condiciones de flujo compresible (número de Mach mayor a 0.3 [ver ejemplo resuelto n.º 2]), cambia porque cambia la densidad, pues el peso específico es también: $\gamma = \rho g$

– *Carga de velocidad o carga dinámica.* Es igual a la energía cinética del fluido, ($mu^2/2$) en cada sección sobre su peso (mg):

$$\frac{u_1^2}{2g},\frac{u_2^2}{2g}$$

En términos matemáticos da una altura. Esto se verifica por las unidades:

En el Sistema Internacional:

$$\left(\frac{m^2/s^2}{m/s^2}\right)=(m)$$

En el Sistema Inglés:

$$\left(\frac{pie^2 / s^2}{pie / s^2}\right) = (pie)$$

La carga de elevación o carga potencial es igual a la energía potencial del fluido (mgz) en cada sección sobre su peso (*mg*). Corresponde a la elevación que tiene el punto medio de la sección de fluido con respecto a una referencia:

$$z_1, z_2$$

Estas tres alturas se pueden representar en una gráfica, sección por sección. Es decir, a lo largo de la dirección de flujo se puede observar la variación de la altura total, que no debería ser significativa para flujo ideal incompresible. A medida que vaya disminuyendo más la carga total, esto se deberá a las irreversibilidades (o no idealidades) del flujo, que se analizarán más adelante. Sin embargo, esta ecuación permite, bajo ciertas restricciones, un grado de aplicabilidad alto, especialmente para líquidos. Y sienta las bases teóricas para el desarrollo de la ecuación general de energía, cuya aplicación es, como su nombre lo indica, mucho más general y no ideal como la de Bernoulli. A continuación se identifican las principales restricciones para aplicar Bernoulli.

Restricciones

- Es ideal, es decir, no tiene en cuenta la fricción del fluido, ni cambios de dirección o de área bruscos.
- No tiene en cuenta la transferencia de calor.
- No tiene en cuenta equipos y/o accesorios que añadan o retiren energía del fluido.
- Válida para fluidos incompresibles.

Teniendo en cuenta lo anterior, los siguientes son los casos donde se puede aplicar:

Aplicaciones

- Tanques, toberas, depósitos expuestos a la atmósfera y cerrados.
- Medidores tipo Venturi (idealmente).
- Teorema de Torricelli.
- Fuerza de empuje para aviones (idealmente).

Ejercicios resueltos de aplicaciones de Bernoulli

Ejercicio 1

Calcule el tiempo requerido para vaciar un tanque si la profundidad del agua es 2.68 m, el diámetro del tanque es 3 m y el diámetro del orificio es 150 mm. El orificio está en el fondo del tanque. Calcular idealmente, suponiendo que la altura del agua no cambia con el tiempo.

Solución

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre un punto en la superficie del líquido en el tanque y otro punto en la salida:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{u_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{u_2^2}{2g}+z_2$$

Las presiones manométricas son 0 porque están abiertos el tanque y la salida, obviamente. Entonces, como el manómetro mide diferencias con respecto a la presión atmosférica, al estar a la atmósfera no va a haber diferencia, luego $p = 0$ atm. Asimismo, como el diámetro del tanque es mucho mayor al de la salida, la velocidad del líquido en su superficie es despreciable en comparación con la que tendrá a la salida. Lo que quedaría expresado en la siguiente fórmula:

$$z_1=\frac{u_2^2}{2g}+z_2$$

Despejando:

$$\frac{u_2^2}{2g}=h$$

Donde,

$$h = z_1 - z_2 = 2.68\ m$$

Entonces,

$$u_2^2=19.6*2.68=52.53\frac{m^2}{s^2}$$

O sea que:

$$u = 7.247\ m/s$$

Ahora, por continuidad, se sabe que:

$$Q = Au = \left[\pi \frac{(0.15\ m)^2}{4} \right] * 7.247\ m/s = 0.1287\ m^3/s$$

Pero como Q = V/t, entonces, despejando t:

$$t = \frac{\left[3\ m * \pi \frac{(0.15\ m)^2}{4} \right]}{\left(0.1287 \frac{m^3}{s} \right)} = \frac{0.053014\ m^3}{0.1287\ m^3/s} = 0.4112\ s$$

Esto sería sin contar que realmente la altura varía porque a medida que sale líquido disminuye el nivel del tanque y, por ende, la velocidad de salida. El tiempo real de descarga es mayor.

Ejercicio 2

Se mide la velocidad de un avión con una sonda pitot y da 700 mm de agua, calcule la velocidad en m/s. Tome la densidad del aire como 1.23 kg/m^3 a 20 °C.

Solución

Una sonda pitot es un instrumento que permite medir la velocidad del aire, mediante la creación de un punto de estancamiento en un codo de 90° donde cambia la dirección de flujo radicalmente (de horizontal a vertical). Aplicando Bernoulli entre un punto en la corriente de aire lejos del tubo y otro punto en el codo a la misma altura, ($z_1 = z_2$) donde la velocidad es 0 (punto de estancamiento):

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{p^2}{\gamma}$$

Despejando,

$$u_1 = \sqrt{\frac{2g(\Delta p)}{\gamma}}$$

Pero

$$\Delta p = \gamma_{agua} * \Delta h = 9800 * 0.7 = 6860\ Pa$$

Entonces,

$$u_1 = \sqrt{\frac{2*6860}{1.23}\frac{m}{s}}$$

Porque γ = ρg (del aire), se cancela *g* y queda ρ abajo.

Respuesta y análisis

O sea que la velocidad del aire sería 105.6 m/s. Si se quiere verificar si el flujo es incompresible a pesar de ser un gas, se aplica el siguiente criterio:

$$Ma > 0.3 \rightarrow \text{flujo comprensible};\ Ma < 0.3 \rightarrow \text{flujo incomprensible}$$

Donde Ma es número de Mach, que se calcula así:

$$Ma = \frac{u}{c} = \frac{u}{\sqrt{kRT}}$$

Donde v es velocidad del aire; c es velocidad del sonido en el aire; k es el coeficiente de compresibilidad del gas, es decir, la relación entre la capacidad calorífica a presión constante y la capacidad calorífica a volumen constante (que para el aire vale 1.4); R es la constante individual del aire (constante universal sobre la masa molar del gas) y vale aproximadamente 287 J/kg K para el aire, y T es la temperatura absoluta en Kelvin. En este caso se suman 273.15 a los 20 °C, lo que da como resultado 293.15 K. Entonces, reemplazando estos datos:

$$Ma = \frac{105.6\ m/s}{\sqrt{(1.4*287*293.15)m/s}} = \frac{105.6}{343.2} = 0.307$$

Está en el límite de los dos tipos de flujo. Prácticamente ya es compresible y el error en que se está incurriendo al emplear Bernoulli es alto. A medida que el Mach crezca, mayor será el error en emplear Bernoulli. En forma general, el flujo de aire no debería ser superior a 100 m/s a 20 °C para ser considerado como flujo incompresible y poder emplear Bernoulli.

Ejercicios propuestos de la guía

Factores de conversión de unidades

Convertir:

a) Un caudal de 5 gpm a m^3/s

b) 250 L / min a m^3/s

c) 8720 gpm a L/min

d) 23.5 cm^3/s a m^3/s

e) 459 gpm a pie^3/s

Tasas de flujo de fluido

a) Fluye 0.075 m^3/s de agua a 20 °C. Calcule el flujo másico y flujo en peso en unidades oficiales.

b) Un líquido refrigerante de G = 1.08 fluye con un flujo en peso de 28.5 N/h. Calcule el flujo volumétrico y el flujo másico en unidades oficiales.

c) Un ventilador mueve 640 L/min de aire. Si la densidad del aire es 1.2 kg/m^3, calcule el flujo másico en kg/s y el flujo en peso en kN/h.

d) Una bomba retira 3 gal/min de agua a 20 °C de un tanque, ¿cuánto tiempo, en horas, tardará en vaciarse ese tanque si contiene 15 000 lb de agua?

e) Si fluyen 2500 N/s de un líquido de densidad relativa 1.05 por un ducto, calcule el flujo volumétrico y el flujo másico de ese líquido.

Ecuación de continuidad

a) Fluye agua a 3 m/s por una tubería de diámetro 12 pulgadas de diámetro. ¿Cuál será su velocidad en m/s si se escapa por un orificio de 3 pulgadas producido en la tubería?

b) Por una tubería de 30 cm de diámetro fluyen 2000 L/min de agua. Después el diámetro se reduce a 150 mm. ¿Cuál es la velocidad promedio en cada sección de tubería?

c) Determine el diámetro, en pies, de una tubería si en ella se mueven 150 pie^3/s de cierto líquido a 20 pies/s.

d) Cierto gas de densidad 0.9 kg/m^3 se mueve a 120 m/s por una tubería de 250 mm de diámetro. Determine el diámetro de otra sección de la misma tubería, por donde la velocidad del gas es 60 m/s, si su densidad disminuye a 0.8 kg/m^3.

e) Por una tubería de 25 mm de diámetro fluye agua con un caudal de 3000 L/min. ¿Cuál será el caudal en las mismas unidades en otra sección de la misma tubería en donde el diámetro es 75 mm?

Bernoulli

a) Una manguera de agua se presuriza de forma que alcanza 8 kPa con la boquilla de salida cerrada. Si la boquilla se abre un poco, calcule la velocidad de salida del agua. Suponga que la velocidad en el interior de la manguera, alejada de la boquilla, es insignificante.

b) En un venturímetro, el diámetro de la sección 1 es de 16 cm y el diámetro de la sección 2 (garganta) es 8 cm. Calcular el caudal, en L/min, a través de la tubería cuando $\Delta p = p_1 - p_2 = 19\,600$ Pa y fluye un aceite de densidad relativa, G = 0.90

c) Calcule el caudal de salida, en m^3/s, por una boquilla de descarga de un tanque, si tiene 3 m de altura de líquido sobre la salida y el diámetro de la boquilla es 20 cm.

d) Suponga que fluye aire horizontalmente por las alas de una avioneta de modo que su rapidez es 170 m/s por encima del ala y de 140 m/s por debajo del ala. Si la avioneta tiene una masa de 5500 kg y su área de las alas es 20 m^2. ¿Logrará levantar vuelo la avioneta? Tome la densidad del aire como 1.13 kg/m^3.

e) La caída de presión estática medida con un piezómetro en un tubo neumático resulta ser 20 mm de agua. Una sonda Pitot en el mismo lugar indica 30 mm de agua. Calcule la velocidad del aire, a 20 °C, para estas condiciones y verifique si el flujo se puede o no considerar incompresible todavía (use el criterio del número Mach)

Complemento: teoría sobre tuberías y tubos

A menudo las tuberías se confunden con "tubos", se usa uno u otro término indistintamente, pero existen diferencias entre ambos:

Tubos. Tienen paredes lisas y delgadas. No se pueden roscar, se unen por compresión o por accesorios cónicos. Se venden por rollos. Se usan para intercambiadores de calor y sistemas de fluidos de potencia.

Tuberías. Tienen para paredes rugosas y gruesas. Se pueden enroscar o también se unen por soldaduras y bridas. Se venden generalmente por metros. Se usan en casi todos los sistemas, menos en los mencionados tubos. Su uso más común es en oleoductos.[14] Las tuberías de acero se especifican por número de cédula o de catálogo y por el diámetro nominal. El número de cédula (también llamado "calibre") está relacionado con la presión permisible por el material de fabricación.

En el caso de tuberías de acero, a mayor número de cédula, mayor presión soportará. Esto sucede porque a mayor cédula, mayor grosor o espesor de la tubería. Por otra parte,

[14] Un artículo muy interesante sobre la construcción el oleoducto más grande de Estados Unidos y el impacto que tuvo en la sociedad durante la II Guerra Mundial se puede encontrar en Wicks (2016).

el diámetro nominal, que generalmente se da en pulgadas, es la referencia de disponibilidad de tamaños comerciales para cada cédula e indica unos valores de diámetros externo e interno que se buscan en la respectiva tabla de acuerdo con la cédula. Es decir, primero se identifica cédula (o calibre) y luego se va al diámetro nominal para leer ahí las especificaciones de diámetros y área de flujo. Las cédulas disponibles en mayor variedad de tamaños nominales son las de cuarenta y ochenta. Otro tema asociado a las tuberías es el aislamiento, cuando estas se van a usar para el transporte de sustancias explosivas, o para evitar pérdidas de energía por medio de calor, o polimerización por enfriamiento, entre otros usos (al respecto, véase Anaya et ál., 2015).

Para otros materiales de tuberías y tubos existen diferentes sistemas de nomenclatura. Por ejemplo, para el caso de tubos de cobre se usan las letras K, L, M, según el uso que se le dé. Para tuberías de PVC se adoptó inicialmente el sistema de cédulas, teniendo el mismo diámetro exterior que las tuberías de hierro galvanizado (IPS o Ion Pipe Schedule); pero más adelante los fabricantes se fueron hacia otros sistemas, como el SDR (*standard dimension ratio*) o RDE (radio dimensional estándar), un cociente adimensional entre el radio exterior y el espesor definido por la norma ASTM D2241. Existen otros tipos de nomenclaturas para tuberías PVC, como el de clases, sistema que lo estableció la American Water Works Association (AWWA). En Estados Unidos, la ASME (American Society of Mechanical Engineering) desarrolla los estándares de diseño, construcción, operación, examen y ensayos de tuberías en todos los materiales, la cual tiene una división encargada específicamente de los materiales no metálicos para sistemas de presión (NPPS, por sus siglas en inglés) (al respecto, véase O´Brien et ál., 2015).

Bibliografía

Anaya, Alejandro, Osornio, Allan, Álvarez, Alexander, Montesisnos, Itzayana, Fuebntes, Adalberto, y Ávalos, María. (2015). Pipe insulation: Finding the optimal thickness. *Chemical engineering*, *122*(10), 61-65.

Cengel, Yunus, y Cimbala, John. (2006). Capítulo 5. En *Fluid mechanics. Fundamental and applications.* (1ª edición, 172-178). Nueva York: McGraw Hill.

Franzini, Joseph, y Finnemore, John. (1999). Capítulos 4 y 5. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición, pp. 71-73 y 89-91). Nueva York: McGraw-Hill.

Mott, Robert. (2006). Capítulo VI. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 153-196; y apéndices F a I). México: Pearson Educación.

O´Brien, Collen, Lobo, Noel, y Ramcharran, Carlton. (2015). These pipes have passed. *Mechanical Engineering*, *137*(6), 86-87.

Potter, Merle, y Wigger, David. (2003). Capítulo 3. En *Mecánica de fluidos* (3ª edición, pp. 95-103). México: Ediciones Paraninfo.

Wicks, Frank. (2016). Pipelines for war and peace. *Mechanical Engineering*, *138*(7), 40-45.

Guía 8. Ecuación general de energía aplicada a un fluido

Competencias específicas

- Ampliar el balance de energía a la situación real no prevista por Bernoulli.
- Resolver problemas donde se tomen en cuenta las pérdidas de energía primarias y secundarias sin calcularlas por sus ecuaciones.
- Calcular potencia consumida por bombas para impulsar fluidos y la potencia generada por estos.
- Entender el concepto de eficiencia mecánica.

Resumen teórico

Este tema es la base de todo lo que sigue en el curso: pérdidas primarias y secundarias de energía, potencia necesaria, potencia consumida por una bomba y sistemas en serie y en paralelo. Igualmente, se aplica también al diseño básico de sistemas de transporte de líquidos. Se puede decir que es una extensión del teorema de Bernoulli; pero aplicado a casos reales y considerando todo lo que puede intervenir en el proceso, excepto la transferencia de calor, que se tratará en el curso específico.

Formas de energía de un fluido

Como ya se había mencionado en la guía 7, el principio de conservación de la energía, del cual se desprende el teorema de Bernoulli, implica tres formas de energía del fluido.

Energía cinética:

$$E_K = \frac{mu^2}{2}$$

Energía potencial:

$$E_p = mgh$$

Energía de flujo:

$$E_F = PV$$

Donde m es masa del elemento de fluido que circula por una sección de flujo y se mueve en la dirección x; u, velocidad lineal promedio en la sección transversal; g, aceleración de la gravedad; h, altura del centro de gravedad del elemento de fluido respecto a una referencia; P, presión manométrica del fluido a la altura h, y V, volumen del elemento de fluido ($V = A * \Delta x$).

En la ecuación de Bernoulli, que es ideal, solamente se consideraban estas tres formas de energía, simplificando la ecuación hasta presentar ese balance como de cargas o alturas. Aunque no solamente están estas tres formas, sino que también va a haber transferencia de energía hacia o desde el fluido y pérdidas de energías inherentes al proceso real.

Formas de transferencia de energía

El calor no se considera en este curso, si bien es la forma de transferencia más importante. Algunos aspectos son estudiados en los cursos de balance de materia y energía y transferencia de calor.

El trabajo

El trabajo puede ser hacia el fluido o desde el mismo. En virtud de esto se consideran dos formas: energía agregada al fluido y energía retirada del fluido.[15] De manera que si un equipo le da energía al fluido (porque ese equipo realiza un trabajo mecánico), se incrementa la energía del fluido; o bien, si se retira energía del fluido para producir un trabajo de expansión o compresión, o rotatorio, o cualquier otro trabajo mecánico, la energía del fluido disminuye.

Las pérdidas

Cuando algo fluye (sea sólido, líquido o gaseoso) genera una resistencia con lo que lo rodea. Puede que lo rodee aire, agua o una pared metálica o cualquier otro material; en todo caso, a medida que aumenta la velocidad de transporte del material, mayor será esa resistencia. Esto se nota en el aumento de la temperatura de la sustancia en la zona en contacto con el medio resistivo. Y esto se debe a que la fricción entre la sustancia y el medio ocasiona que se transforme energía de flujo en calor, que se pierde a los alrededores. Es inconveniente, indeseable y costoso. Pero siempre aparecen estas pérdidas.

Como no es viable medir el calor transferido en esas condiciones, lo que se hace es determinar la diferencia de energía total entre dos secciones. Ya que el principio de conservación de la energía dice que la energía total se debe conservar; entonces, la diferencia entre la energía de dos puntos de un mismo fluido en una misma tubería

[15] La energía es equivalente al trabajo.

corresponde a las pérdidas debidas a la fricción y a los cambios de dirección y de área en la tubería o en la zona de transferencia del fluido.

Ecuación general de balance de energía

Tomando en cuenta las definiciones mencionadas en el numeral 2 y aplicando esto a un sistema de flujo de fluidos, la ecuación de energía sería:

$$E_1 + E_a - E_r - E_p = E_2$$

E_1 y E_2 son la energía del fluido en las secciones de flujo 1 y 2; E_a es la energía agregada al fluido por medios mecánicos, es decir, trabajo agregado al fluido entre las secciones 1 y 2; E_r es la energía retirada del fluido por medios mecánicos, es decir, trabajo desde el fluido entre las secciones 1 y 2, y E_p corresponde a las pérdidas de energía del fluido en el sistema de flujo, cuando va de la sección 1 a la 2.[16] Esta ecuación se puede explicar mejor así:

$$\left[mgz_1 + p_1V + \frac{mu_1^2}{2}\right] + mgh_a - mgh_r - mgh_L = \left[mgz_2 + p_2V + \frac{mu_2^2}{2}\right]$$

Dividiendo esa expresión entre el peso del fluido que se desplaza, $W = mg = \rho Vg$, sabiendo que el volumen de control del fluido será constante y que para flujo incompresible la densidad del fluido no cambia (aún en el caso de gases, como se vio en la guía 6), quedaría en términos de carga, es decir, energía por unidad de peso:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 + h_a - h_r - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2$$

Así, la energía de una sección de fluido aumenta con la energía agregada por bombas o compresores (h_a); disminuye por el retiro de energía a través de turbinas o motores (h_r), y disminuye siempre por las pérdidas de energía debidas a fricción y a elementos secundarios (válvulas y accesorios): h_L. O, en términos de carga, la carga en la sección 1 aumenta con la carga añadida por bombas; pero disminuye por medio de turbinas que extraen trabajo del fluido y por las pérdidas de carga en el trayecto desde la sección 1 hasta la sección 2.

[16] En ocasiones se usan los puntos entre los que se hace el análisis de flujo con letras en lugar de números, es decir, punto A (inicial) y punto B (final), en lugar de 1 y 2.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Por la tubería de la figura 21 fluye agua a 40 °F hacia abajo. En el punto A la presión es 60 psig y la velocidad es 10 pies/s. La pérdida de energía entre los dos puntos es de 25 lbf.pie/lbf. Calcule la presión en el punto B.

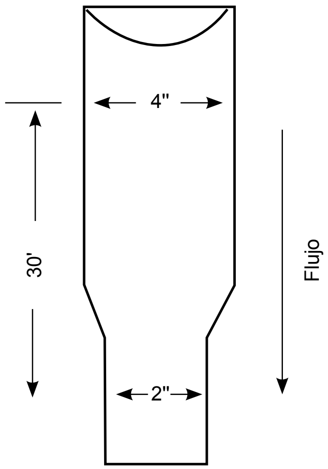


Figura 21. Ejercicio resuelto 1.

Solución

Como se ve en la figura 21, el flujo se da bajando de A hacia B. Al reducir el área por la ecuación de continuidad, aumenta la velocidad. Pero ese aumento de velocidad se ve compensando por la pérdida de presión. Se busca en las tablas de propiedades el peso específico del agua a 40 °F (62.4 lbf/pie^3). La altura A se puede considerar como 30 pies, y la altura B, como 0 pies, porque así la diferencia entre B y A es negativa, lo cual es lógico porque baja el fluido. La velocidad en B se calcula con la ecuación de continuidad, teniendo en cuenta el área de la sección circular, que es $\pi D^2/4$

$$u_A A_A = u_B A_B$$

Entonces,

$$u_B = 10\frac{pies}{s} * \frac{4\pi}{4\pi} * \left(\frac{4\,pulg}{2\,pulg}\right)^2 = 40\,pies/s$$

Ahora, se remplaza en la ecuación de energía, pero simplificando los términos de energía agregada y energía removida, porque no hay turbinas, motores, bombas ni compresores:

$$\frac{p_A}{\gamma}+\frac{u_A^2}{2g}+z_A-h_L=\frac{p_B}{\gamma}+\frac{u_B^2}{2g}+z_B$$

$$\frac{60\frac{lbf}{pulg^2}*\frac{144\,pulg^2}{1\,pie^2}}{62.4\frac{lbf}{pie^3}}+\frac{100}{64.4}pie+30\,pie-25\,pie=\frac{p_B}{62.4\frac{lbf}{pie^3}}+\frac{1600}{64.4}pie+0$$

Despejando,

$$p_B=(170.01\ pie-25\ pie-24.85\ pie)*62.4\frac{lbf}{pie^3}*\frac{1\,pie^2}{144\,pulg^2}=52.07\,psig$$

Respuesta

La presión en el punto B es 52.07 psig (la presión en A era 60 psig). Si el fluido estuviera en reposo, al ir descendiendo tendría mayor presión (estática), pero como está fluyendo (y debido a las pérdidas de energía) pierde presión.

Ejercicio 2

Encuentre el flujo volumétrico que sale por la boquilla de descarga del tanque, si hay una presión de 140 kPa sobre el líquido: a) por ecuación de Bernoulli (idealmente) y b) considerando una pérdida de energía por el cambio abrupto de área al salir de 2 N*m/N.

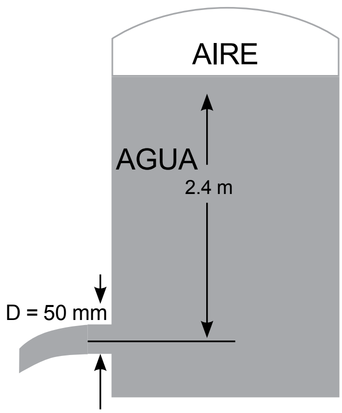


Figura 22. Ejercicio resuelto 2.

Solución

Aquí no están definidos los puntos de inicio y final de flujo; pero se ve que sería mucho más fácil tomarlos entre la superficie del líquido (inicio) y el chorro de salida (final). Esto simplifica la ecuación de energía, así: la velocidad en el inicio es 0, porque la superficie está quieta (relativamente), y la presión a la salida es 0, porque se mide presión manométrica, y la presión atmosférica es 0 en la escala manométrica.

a) Sin pérdidas (idealmente)

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A = \frac{u_B^2}{2g} + z_B$$

Como no define la temperatura, se asume que el peso específico del agua es el estándar (9.81 kN/m^3).

$$\frac{140\ kPa}{9.81\ kN/m^3} + 2.4\ m = \frac{u_B^2}{19.6} + 0$$

Despejando:

$$u_B = \sqrt{19.6 * 16.67} = 18.07\ m/s$$

Caudal, $Q = u * A$; donde A es el área de la boquilla.

$$Q_{ideal} = 18.07 \frac{m}{s} * \left(\pi * \frac{(0.05\ m)^2}{4} \right) = 0.0355\ m^3/s$$

b) Con pérdidas (realmente):

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A - h_L = \frac{u_B^2}{2g} + z_B$$

Ahora, si se descuentan las pérdidas:

$$\frac{140\ kPa}{9.81\ kN/m^3} + 2.4\ m - 2\ m = \frac{u_B^2}{19.6} + 0$$

$$u_B = \sqrt{19.6 * (16.67 - 2)} = 16.97 m/s$$

$$Q_{real} = 16.97\frac{m}{s} * \left(\pi * \frac{(0.05m)^2}{4} \right) = 0.0333m^3 / s$$

Conclusión

El caudal real es 0.0333 m^3/s, mientras que el ideal debía ser 0.0355 m^3/s. La diferencia entre el caudal real (menor) y el caudal ideal (mayor) se debe a las pérdidas de energía, ya que se consume energía de flujo en ese cambio de área (la boquilla) y hace que la velocidad disminuya. A medida que el área de la boquilla es menor, las pérdidas son menores.

Ejercicio 3

En la figura 23 se muestra un arreglo para determinar la pérdida de energía a causa de cierto elemento de un aparato. La entrada de la tubería es de acero cédula 40 de 2 pulgadas de diámetro nominal; la salida es del mismo material, pero de 4 pulgadas de diámetro nominal. Calcule la pérdida de energía del agua que fluye hacia arriba si el caudal es 0.2 pie^3/s. El fluido manométrico es mercurio.

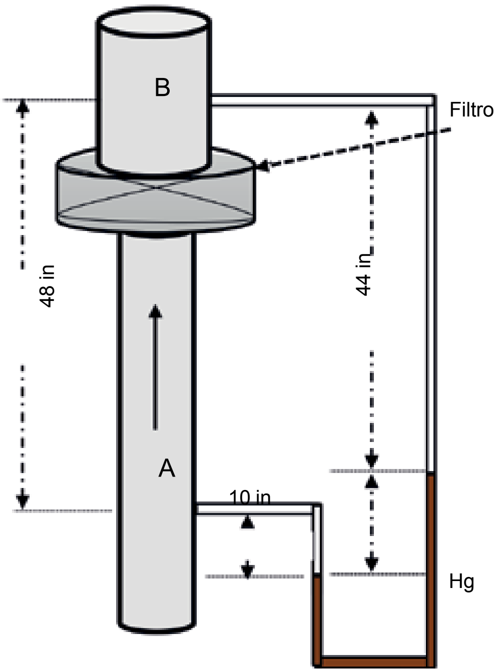


Figura 23. Ejercicio resuelto 3.

Solución

Aquí la cuestión fundamental es hallar el valor de las pérdidas a partir de la ecuación de energía, reemplazando los datos de velocidad, altura y la diferencia de presiones manométricas entre A y B. Se debe examinar previamente cómo determinar esa diferencia de presiones, puesto que se trata de un manómetro vertical. Entonces, para la diferencia de presiones manométricas, se parte del punto A y se va bajando. Ahora, a medida que el líquido baja, la presión manométrica aumenta, porque hay más columna de líquido arriba. Por el contrario, cuando el líquido sube, la presión manométrica disminuye, porque disminuye la columna de líquido hasta llegar al punto B. En este caso, se asume que el líquido manométrico está en reposo, a diferencia del fluido de trabajo. De tal manera que:

$$p_A + \gamma_{H_2O} \cdot \left(\frac{10}{12}\right) pie - \gamma_{Hg} \cdot \left(\frac{14}{12}\right) pie - \gamma_{H_2O} \cdot \left(\frac{44}{12}\right) pie = p_B$$

Despejando la diferencia de presiones entre A y B sobre el peso específico del agua (para reemplazarla en la ecuación de energía):

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma_{H2O}} = \frac{\left(\frac{34}{12}\right)\gamma_{H2O} + \gamma_{Hg}\left(\frac{13}{12}\right)}{\gamma_{H2O}} = \frac{\gamma_{H2O}\left[2.83 + (13.54 * 1.167)\right]}{\gamma_{H2O}} = 18.63\, pies$$

Las velocidades se pueden calcular con base en el caudal y las áreas. Pero las áreas se hallan en las tablas de propiedades de tuberías de acero, específicamente para cédula (catálogo) 40 y se buscan las áreas directamente. Donde el área en A_A es el área con 2 pulgadas de diámetro nominal: A_2, y el A_4 es el área en B, a la salida del equipo donde se le va a medir la pérdida de energía:[17]

$$A_2 = 2.333 * 10^{-2}\ \text{pie}^2;\ A_4 = 8.84 * 10^{-2}\ \text{pie}^2$$

$$Q = u_A A_A = u_B A_B$$

Entonces,

$$u_A = (0.2\, pies^3/s)/2.333 * 10^{-2}\, pie^2 = 8.6\, pies/s$$

De igual forma,

$$u_B = 2.26\, pie/s.$$

[17] Los datos de áreas fueron tomados de *Mecánica de fluidos* (Mott, 2006, apéndice f).

Ahora, con estos datos se puede ir a la ecuación de energía, despejando h_L, así:

$$h_L = \frac{p_A - p_B}{\gamma_{H2O}} + \frac{u_A^2 - u_B^2}{2g} + (z_A - z_B)$$

$$h_L = 18.63\ pies + \left(\frac{(8.6\ pie/s)^2 - (2.26 pie/s)^2}{64.4\ pie/s^2} \right) + \left[\frac{0-48}{12} \right] pies = h_L = 15.7\ pies$$

Respuesta

Se pierden 15.7 lbf* pie/lbf de energía por unidad de peso de fluido en ese equipo o, dicho de otra manera, se pierden 15.7 pies de carga del fluido en ese equipo.

Ejercicio 4

La bomba de la figura 24 envía agua del almacenamiento al nivel superior a razón de 20 pie^3/s. La pérdida de energía entre la tubería de succión y la entrada de la bomba es 6 pies y la que hay entre la salida de la bomba y el depósito superior es de 12 pies. Ambas tuberías son de acero cédula 40 y de 6 pulgadas de diámetro nominal. Calcular: a) presión a la entrada de la bomba, b) presión a la salida de la bomba, c) carga total sobre la bomba y d) potencia transmitida por la bomba al agua.

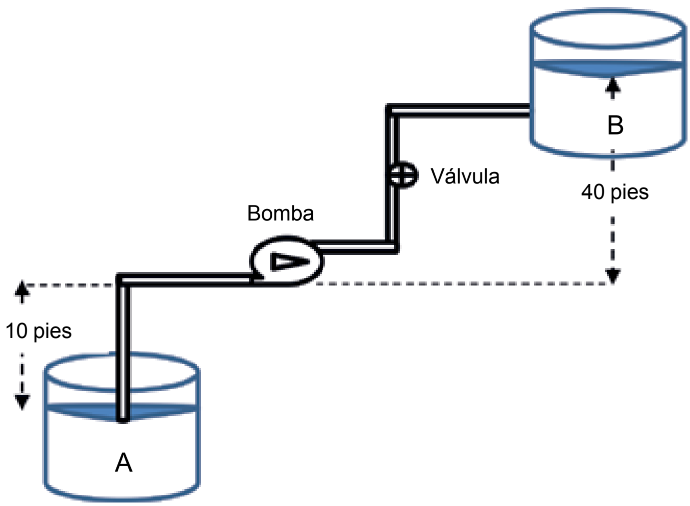


Figura 24. Ejercicio resuelto 4.

Solución

Primero se seleccionan los puntos de inicio y final. Como se explicó en un ejercicio anterior, lo conveniente es que sean sobre la superficie del líquido en cada tanque, así se eliminan las velocidades y, en este caso, las presiones. Hay que aclarar que, aunque no parezca, los tanques están abiertos a la atmósfera. Lo que ocurre es que tienen una "ventila". Sin embargo, como en este ejercicio se está preguntando por presiones antes y después de la bomba, los puntos de inicio y final varían un poco. Los datos de áreas de la tubería (para calcular velocidad en los puntos que estén en la tubería, sabiendo que, como no cambia el área, serán iguales) y el peso específico del agua se buscan en las tablas respectivas.

a) Presión antes de la bomba

$$z_A - h_L = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{u_B^2}{2g} + z_B$$

Así, $p_B = 62.4\left[-10-6-\left(\frac{9.97^2}{64.4}\right)-0\right] = -1094.71\ lbf/pie^2$

Y en psig:

$$1094.71/144 = \text{-}7.6\ psig = p_B$$

Es negativa porque se crea un vacío para que la bomba succione el líquido que está por debajo de su entrada. Si el líquido estuviera por arriba de la bomba, normalmente daría positivo.

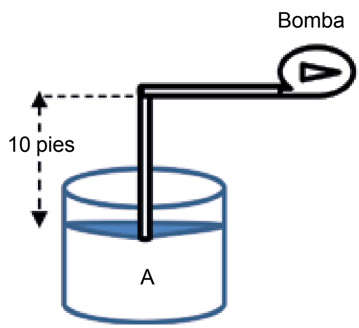


Figura 25. Solución parte a.

b) Presión después de la bomba

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{u_A^2}{2g} - h_L = z_B$$

Entonces, despejando p_A:

$$P_A = 62.4\left[40+12-\left(\frac{9.97^2}{64.4}\right)\right]\frac{lbf}{pie^2}*\left(\frac{1pie^2}{144\,plg^2}\right)$$

$$p_A = 21.9\ psig = p_{descarga}$$

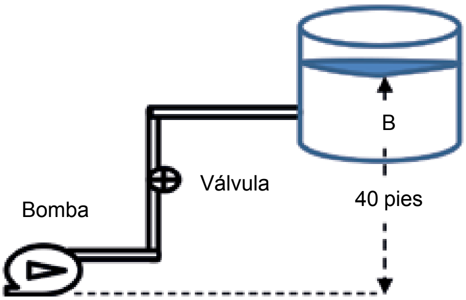


Figura 26. Solución parte b.

c) Carga total sobre la bomba, h_a

En este caso se toman los puntos A y B sobre las superficies del líquido en los dos tanques. Se deben sumar las pérdidas antes y después de la bomba, porque ya van incluidas entre los puntos de inicio y final. La altura z_A es -10 pies y la z_B es 40 pies porque va de A hacia B. Entonces:

$$-h_{L_{total}} + h_a = z_B - z_A$$

$$ha = \left[40-(-10)+6+12\right]pies = 68\ pies\ de\ carga$$

d) Potencia transmitida por la bomba (P_a)

Para este cálculo solo hay que reemplazar datos en la siguiente fórmula (que se puede hallar de diversas maneras):

$$P_a = \gamma h_a Q$$

La fórmula se denomina potencia transmitida (agregada) por una bomba al fluido, donde γ es el peso específico del líquido, Q es el caudal movido y h_a es la carga sobre la bomba. Entonces,

$$P_a = 62.43\frac{lbf}{pie^3}*68\ pies*2\frac{pie^3}{s} = 8486.4\ lbf*pie/s$$

La unidad más conocida y más usada, no solo en el Sistema Inglés, sino también en industrias donde se maneja el Sistema Internacional, es *horsepower* (hp). Su uso es tan común que se suele hablar de potencia simplemente en "caballos" sin indicar "de potencia". Hay otros "caballos" que se apellidan "de vapor", pero estos ya no se usan tanto. En este ejercicio la potencia quedaría agregada por la bomba al fluido, en hp:

$$P_a = 8486.4 \frac{lbf * pie}{s} * \left(\frac{1\ hp}{550 \frac{lbf * pie}{s}} \right) = 15.4\ hp$$

Ejercicio 5

Calcule la potencia que el fluido hidráulico transmite al motor de flujo si la presión en el punto A es 6.8 MPa y la presión en el punto B es 3.4 MPa. La entrada al motor es una tubería de acero de 1 pulgada de diámetro externo con espesor de pared de 0.065 pulgadas; la salida es de 2 pulgadas de diámetro externo con el mismo espesor. El fluido hidráulico tiene una densidad relativa de 0.9. La velocidad del fluido en el punto B es 1.5 m/s.

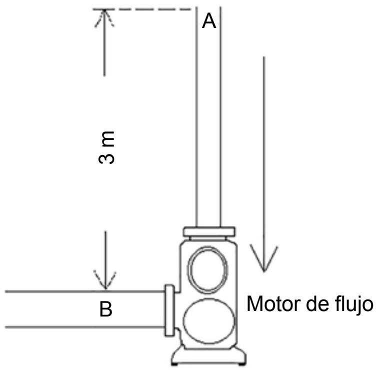


Figura 27. Ejercicio resuelto 5

Solución

En este ejercicio hay una diferencia fundamental con el anterior, se trata de una energía retirada del fluido para generar un trabajo por medio del motor de flujo. Como no se hace referencia a las pérdidas de energía, se considera que son despreciables. Otro punto importante a tener en cuenta es que la tubería no es la típica de cédula 40 ni

80, sino que se trata de una tubería especial, cuyo diámetro interno (el necesario a fin de calcular el área de flujo del fluido) se halla por la siguiente expresión:

$$D.I.\ (en\ A) = D.O. - 2(e) = 1 - (2 * 0.065) = 0.87\ pulgadas = 0.022098\ m$$

Entonces,

$$A_A = \pi * \frac{(0.022098m)^2}{4} = 3.83 * 10^{-4}\, m^2$$

$$D.I.\ (en\ B) = [2 - (2 * 0.065)] * 0.0254\ m = 0.047498\ m$$

$$A_B = 1.77 * 10^{-3}\ m^2$$

Aplicando la ecuación de energía entre A y B:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{u_A^2}{2g} - h_r = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{u_B^2}{2g}$$

Despejando h_r,

$$h_r = \frac{p_A - p_B}{\gamma} + (z_A - z_B) + \frac{u_A^2 - u_B^2}{2g}$$

Ahora, la velocidad en A se calcula así:

$$u_A = u_B \frac{A_B}{A_A} = 1.5 \frac{m}{s} * \left(\frac{1.77x10^{-3}}{3.83x10^{-4}} \right) = 6.93\ m/s$$

Y se reemplaza en la ecuación de h_r:

$$h_r = \frac{(6.8 - 3.4)10^6\, Pa}{0.9 * 9810\, N/m^3} + (3\ m) + \left(\frac{6.93^2 - 1.5^2}{19.6} \right) m$$

Lo que da como resultado

$$h_r = 390\ m$$

La potencia transmitida por el fluido al motor se calcula de forma similar a la potencia transmitida por una bomba a un fluido, es decir:

$$P_r = h_r \gamma Q = 390\ m * \left(0.9 * 9.81 \frac{kN}{m^3} \right) * \left(\frac{1.5\ m}{s} * 1.77x10^{-3} m^2 \right) = 9.15kW$$

Donde

$$Q = uA$$

En este caso se tomó la velocidad en B y el área en B, pero podría haber sido con u_A y A_A.

Respuesta

El fluido hidráulico entregará una potencia de 9.15 kW al motor del sistema en esas condiciones.

Conclusiones sobre motores y bombas

Entre mayor sea la diferencia de presiones de A con respecto a B, mayor será la potencia que transmite el fluido a un motor, pero menor será la potencia que debe transmitir la bomba a un fluido. Lo mismo ocurre con las velocidades y las alturas; pero, obviamente, no se van a presentar bombas y motores en el mismo sistema. Lo que puede ocurrir es que si se tiene un gran desnivel entre A y B, no es necesario una bomba para que el fluido se mueva; por el contrario, se puede aprovechar esa energía (potencial) para mover un motor o una turbina, como ocurre en las centrales hidroeléctricas. En ambos casos las pérdidas son contraproducentes:

- *Para bombas*. Al aumentar las pérdidas, aumenta la carga total sobre la bomba, por ende, la potencia que debe entregar la bomba al fluido para que se mueva debe ser mayor.
- *Para turbinas y motores*. Al aumentar las pérdidas, disminuye la carga que se retira del fluido; también disminuye la potencia que el fluido puede entregar al equipo, sea motor o turbina.

Ejercicios propuestos

1. Determine la caída de presión, en kPa, necesaria para vencer una diferencia de alturas de 12 m desde un punto A hacia otro punto B situado más arriba, si el diámetro de la tubería no cambia, las pérdidas de energía corresponden a 2.5 m y no hay bombas ni turbinas. El caudal de agua a 20 °C es 0.1 m^3/s.
2. Considerando los datos del ejercicio anterior, suponga que se emplea una bomba en lugar de propiciar la diferencia de presión, ¿qué potencia en W debe suministrar la bomba al agua?

3. Si la bomba del problema anterior tiene una eficiencia mecánica de 70 %, ¿cuántos kW consume?
4. Se tiene agua desde un punto situado a 120 m sobre una turbina. El agua fluye por gravedad y se puede suponer que la velocidad es la misma entre los dos puntos (arriba y a la salida de la turbina). ¿Qué potencia, en MW, suministrará el agua a la turbina si el caudal es 2 m^3/s? Suponga, además, que no hay pérdidas de energía.
5. Si la turbina del ejercicio anterior tiene una eficiencia de 80 %, ¿qué potencia, en hp, entregará a un generador eléctrico?

Bibliografía

Franzini, Joseph, y Finnemore, John. (1999). Consideraciones energéticas en el flujo estacionario. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición, pp. 85-91). Nueva York: McGraw-Hill.

Hansen, Arthur. (1971). Capítulo 7. En *Mecánica de fluidos* (pp. 116-126). México: Limusa-Wiley.

Mott, Robert. (2006). Capítulo 7. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª Edición, pp. 197-213). México: Pearson Educación.

Sandoval, Juan [Juan Sandoval]. (12 de septiembre de 2015). Ejercicio de ecuación general de energía [archivo de video]. Recuperado de https://youtu.be/jAndT1iylL8

White, Frank. (2008). Ecuación de la energía. En *Mecánica de fluidos*. (6ª Edición, pp. 172-183). Madrid: McGraw-Hill.

Guía 9. Pérdidas primarias de energía

Competencias específicas

- Entender el concepto de pérdidas de energía en la práctica del transporte de fluidos.
- Calcular el Reynolds para determinar el régimen de flujo.
- Según el régimen de flujo, establecer qué metodología emplear para hallar el factor de fricción.
- Calcular las pérdidas primarias de energía en régimen laminar y en régimen turbulento.

Resumen teórico

La viscosidad es a los fluidos, lo que el coeficiente de fricción es a los sólidos. A medida que aumentan la viscosidad, la velocidad y la rugosidad de las superficies en contacto, hay mayor resistencia al flujo y parte de la energía del movimiento se pierde en forma de calor. Estas pérdidas se denominan primarias o mayores, porque en general representan el mayor porcentaje de pérdidas de energía en un sistema de flujo. Si no se calculan bien es muy probable que el sistema no tenga la potencia suficiente para que el líquido fluya a la velocidad requerida, o que suba hasta la altura deseada, o que llegue al equipo con la presión adecuada. Este tema y el de la guía 10 son la parte final de la ecuación general de energía (guía 8), temáticas necesarias para definir con exactitud cuál es la potencia que debe suministrar la bomba al líquido.

Pérdidas primarias en régimen laminar

Cuando un fluido circula a través de una tubería, su contenido total de energía va disminuyendo paulatinamente debido a la intervención de las tensiones de corte provocadas por la viscosidad del fluido. Esta pérdida de energía recibe el nombre de pérdida primaria, la que se registra solo en los tramos rectos de la tubería y es fundamental en el comportamiento energético del fluido. La magnitud de las pérdidas en una tubería dada es bastante diferente si el flujo es laminar o es turbulento, por lo que es indispensable conocer previamente qué tipo de flujo se presenta en cada caso.

El cálculo de las pérdidas se puede efectuar utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach, que establece:

$$h_L = f\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}$$

h_L = pérdida primaria de energía (m)
f = factor de fricción
L = longitud de la tubería (m)
v = velocidad promedio en la sección transversal del conducto (m/s)
g = aceleración de la gravedad: 9.81 (m/s^2)
D = diámetro de la tubería (m)

Cuando el flujo es laminar, el factor de fricción se calcula con la expresión $f = 64/Re$

El Reynolds (Re) determina el régimen de flujo; en otras palabras, indica qué características tiene esa transferencia de cantidad de movimiento interno del fluido. Así, en régimen laminar (Re < 2000 para flujo interno en tuberías circulares), la transferencia se da por capas y el movimiento es lento, pero ordenado; aunque también la velocidad puede ser alta, pero con fluidos muy viscosos. Por otra parte, para Reynolds superiores a 4000, el régimen se considera turbulento, lo que indica un desorden en el proceso de transferencia de cantidad de movimiento interno del fluido; pero también implica mayor velocidad y un perfil de velocidades radial más llano, a diferencia del laminar que tiende a ser parabólico. Entonces, el número de Reynolds agrupa esas variables de flujo que determinan el régimen de transferencia. El Reynolds se calcula así:

$$R_e = \frac{\rho \upsilon D}{\mu} = \frac{\upsilon D}{\nu}$$

Donde ρ es la densidad del fluido; υ es la velocidad lineal promedio en la tubería; D es el diámetro interior de la tubería; μ es la viscosidad absoluta o dinámica del fluido, y ν es la viscosidad cinemática del fluido. Al respecto, es importante recordar la relación entre las dos viscosidades (ver guía 2).

De tal forma que si el Re < 2000 (régimen laminar), se pueden calcular las pérdidas primarias así:

$$h_L = 32\frac{L\mu\upsilon}{\rho g D^2} = 32\frac{L\mu\upsilon}{\gamma D^2} = 32\frac{L\nu\upsilon}{g D^2}$$

Donde γ es el peso específico ($\gamma = \rho g$)

Cualquiera de las tres formas es viable, solo depende de las variables que se conozcan. Inclusive, se pueden obtener fórmulas análogas partiendo del caudal, recordando que $Q = \upsilon A$ y que el área es la sección transversal de flujo (que para el caso de tuberías tradicionales es de sección circular), donde:

$$A = \pi \frac{D^2}{4}$$

Pérdidas primarias en régimen turbulento

Cuando el flujo es turbulento (Re > 4000), el factor de fricción se calcula utilizando el diagrama de Moody y conociendo los valores de número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería (f = función $[Re, k]$). El factor de fricción, f, depende del Reynolds y del factor de rugosidad en régimen turbulento; pero si aumenta demasiado la velocidad, haciendo que el régimen sea completamente turbulento (en este caso ya no influye la viscosidad misma del fluido), se puede decir que el factor de fricción depende solo del factor de rugosidad, k (f = función $[k]$). El f también se puede calcular, teniendo en cuenta que si se requiere precisión, el rango de aplicabilidad (Reynolds y rugosidades) disminuye. Algunas ecuaciones tienen relativamente buena precisión y rango amplio de aplicabilidad. También sucede que la mayoría de ecuaciones son del tipo implícitas; esto exige iterar, partiendo de un f supuesto, evaluando Reynolds y volviendo a calcular f hasta que coincida el valor anterior con el presente. Existe también una ecuación que es explícita (no iterativa) y que maneja una precisión aceptable y un rango amplio de aplicación.

Esta es la ecuación de Swamme y Jain:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{k}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2}$$

Donde,

$$k = \frac{\in}{D} : \frac{\text{rugosidad de la tubería nueva}}{\text{diámetro interno dela tubería}}$$

k es el factor de rugosidad o rugosidad relativa. Esto significa que un tubo nunca es perfectamente liso, sino que tiene las rugosidades propias del material y del proceso de maquinado. Una misma rugosidad afecta de distinta manera si el diámetro del tubo es pequeño (afecta más) o si el diámetro del tubo es grande (afecta menos). Analizando la ecuación y viendo que el denominador está precedido de un logaritmo, se puede desprender que a mayor Reynolds, menor f, y que a mayor k , mayor f.

Entonces, el procedimiento de cálculo por lo general es el siguiente:

- Determinar las propiedades del fluido y de la tubería a partir de los datos de las tablas.
- Calcular el número de Reynolds y el factor de rugosidad.

- Dependiendo del Reynolds y, por ende, del régimen de flujo, calcular el factor de fricción.
- Con el factor de fricción, la longitud, el diámetro interno y la velocidad, hallar las pérdidas de energía.
- Determinar lo demás que exija el ejercicio: diferencia de presiones o de alturas o potencia.

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Por una tubería nueva de acero cédula 80 de 1 pulgada de diámetro fluye petróleo crudo a 20 °C, 60 m verticalmente hacia abajo a una velocidad de 0.64 m/s. Según tablas, el petróleo tiene una densidad relativa de 0.86 y una viscosidad dinámica de 1.2 x 10^{-2} Pa*s a esa temperatura. Calcule la diferencia de presión entre la parte superior e inferior de la tubería.

Solución

Hay algo que debe quedar claro de una vez por todas: la velocidad no cambia si el diámetro de la tubería no cambia (por ecuación de continuidad). La ecuación de energía A (arriba) y B (abajo) quedaría así:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B$$

Se conocen las alturas, pero no las pérdidas. Entonces se calculan las pérdidas primero, para luego reemplazar en la ecuación de energía, y con base en eso calcular la diferencia de presiones (hay que tener en cuenta que aquí se habla de la diferencia de presión, es decir, la resta, y no de las presiones individuales). Entonces, primero se halla el Reynolds:

$$Re = \frac{\rho \upsilon D}{\mu} = \frac{0.86 * 1000 \, {}^{kg}\!/_{m^3} * 0.64 \, {}^{m}\!/_{s} * 0.0243 \, m}{0.012 Pa * s}$$

El diámetro se obtuvo del apéndice F2 del Mott (2006), tubería de acero cédula 80. Recordando que:

$$(Pa) = \left(\frac{N}{m^2}\right) = \left(kg \ m \ s^{-2} m^{-2}\right) = \left(kg \ m^{-1} s^{-2}\right)$$

El Reynolds queda adimensional:

$$Re = \frac{860\ kg \cdot m - 3 * 0.64\ m \cdot s^{-1} * 0.0243\ m}{0.012\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}} = 1114.56$$

Como Re < 2000, el régimen de flujo es laminar. Entonces,

$$f = \frac{64}{1114.56} = 0.0574$$

Y las pérdidas de energía por fricción del petróleo con la tubería serían:

$$h_L = \frac{\left(f\ L\ u^2\right)}{2\ g\ D} = \frac{0.0574 * 60\ m * \left(\frac{0.64\ m}{s}\right)^2}{2 * 9.8 \frac{m}{s^2} * 0.0243\ m} = 2.96\ m$$

Ahora, sí se calcula la diferencia de presiones:

$$\frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_B}{\gamma} = h_L + z_B - z_A$$

Finalmente,

$$p_A - p_B = 0.86 * 9810 \, {}^{N}\!/_{m^3} \left[2.96\ m - 60\ m\right] = -481\ 223.64\ Pa = -481.2\ kPa$$

Respuesta y análisis

La diferencia de presiones entre la parte superior y la parte inferior de la tubería del problema es 481.2 kPa ($P_B > P_A$). Lo que quiere decir que el crudo ha ganado presión por el descenso de altura (a velocidad constante). Si las pérdidas aumentan, esa ganancia de presión disminuye, es decir, disminuye la diferencia de presión, se hace menos negativa o más positiva. También si la diferencia de alturas no hubiera sido tan grande, sino inferior a 2.9 m, la diferencia de presiones habría sido positiva (véase ejemplo resuelto 1, guía 8).

Ejercicio 2

Un ducto que transporta un determinado líquido (G = 0.93) a 2000 L/min está hecho de tubería de acero de 6 pulgadas cédula 80. Hay 30 m entre cada estación. Si el líquido tiene una viscosidad absoluta de 0.025 Pa*s, calcule: a) caída de presión entre las estaciones y b) potencia que debe suministrar la bomba para que la presión no caiga en la entrada de cada bomba.

Solución

a) Primero se determina el Reynolds con la velocidad que se halla mediante el caudal, en m^3/s, divido en el área de flujo de la tubería (véase Mott, 2016, apéndice F2).

Velocidad:

$$\upsilon = Q / A = \frac{\left[2000 \frac{L}{min} \left(\frac{\frac{1m^3}{s}}{60\ 000\ L/\min} \right) \right]}{0.01682\ m^2} = 1.98\ m/s$$

$$Re = (1.98 * 930 * 0.1463)/0.025 = 10\ 785.5 \text{ (turbulento)}$$

Ahora, se calcula el *k*, factor de rugosidad, con los datos de las tablas de rugosidad y el diámetro interior de la tubería de acero de 6 pulgadas nominales, cédula 80 (véase Mott, 2016, apéndice F2):

$$k = 4.6x10^{-5}\ m/0.1463\ m = 3.14 * 10^{-4}$$

Con estos datos se calcula el *f* por la ecuación de Swamee y Jain:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10} \left(\frac{3.14 \cdot 10^{-4}}{3.7} + \frac{5.74}{10\ 875.5^{0.9}} \right) \right]^2} = 0.0309$$

Entonces, las pérdidas de energía dan:

$$h_L = \frac{0.0309 * 30m * \left(1.98 \frac{m}{s} \right)^2}{2 * 9.8 \frac{m}{s} * 0.1463m} = 1.27m$$

Aplicando la ecuación de energía, para calcular la caída de presión entre dos puntos (A, aguas arriba, y B, en la estación de bombeo):

$$\gamma h_L = p_A - p_B = 0.93 * 9810\ N/m^3\ [1.27\ m] = 11\ 562.8\ Pa$$

Esta caída de presión se debe solamente a las pérdidas de energía, porque la velocidad es constante y la altura también.

b) Para la potencia que debe suministrar la bomba, observando bien en la ecuación: $P_a = \gamma h_a Q$, donde $\gamma h_a = \Delta p$, por definición de presión manométrica. O también se puede mirar desde la ecuación de energía; pero asumiendo que ahora se quiere que las presiones sean iguales, entonces, $h_a = h_L$.

$$P_a = 11\ 562.8 Pa * 0.0333 \frac{m^3}{s} = 385.43 \frac{J}{s} = 385.43\ W$$

Ejercicio 3

Calcule la pérdida de energía conforme pasa agua por 45 m de tubería de cobre tipo K de 4 pulgadas, a razón de 1000 L/min. Hágalo con el diagrama de Moody, la ecuación de Hazen-Williams y la ecuación de Swamee y Jain.

Solución

Hay que calcular primero el Reynolds, pero antes se ve en las tablas los datos necesarios (apéndices A y H): peso específico del agua (9810 N/m^3), densidad del agua (1000 kg/m^3), viscosidad absoluta del agua (1.02x10^{-3} Pa*s), diámetro interno de la tubería (97.97 mm) y área de flujo (7.538 x 10^{-3} m^2)

Velocidad:

$$u = \frac{Q}{A} = \frac{\dfrac{1000\, L/min}{60\ 000\, L/min} * 1\, m^3/s}{7.57 * 10^{-3} m^2} = 2.2\ m/s$$

$$Re = \frac{(1000 * 0.09797 * 2.2)}{1.02x10^{-3}} = 212\ 366.3\ (turbulento)$$

Ahora, el factor de rugosidad: $k = \varepsilon/D$, donde la rugosidad se obtiene de la tabla 8.2 de Mott (2006) para tubos de cobre: 1.5*10^{-6} m

$$k = \frac{1.5 * 10^{-6} m}{0.09797 m} = 1.53 * 10^{-5}$$

Con estos datos se calcula el f por Swamee y Jain:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\dfrac{1.53 \cdot 10^{-5}}{3.7} + \dfrac{5.74}{212\ 366.3^{0.9}}\right)\right]^2} = 0.0155$$

O se mira en el diagrama de Moody, simplificando o redondeando valores de Re y de k, así: Re: $2.1*10^5$, al que le corresponde un k: $1.5*10^{-5}$ (ver figura 28).

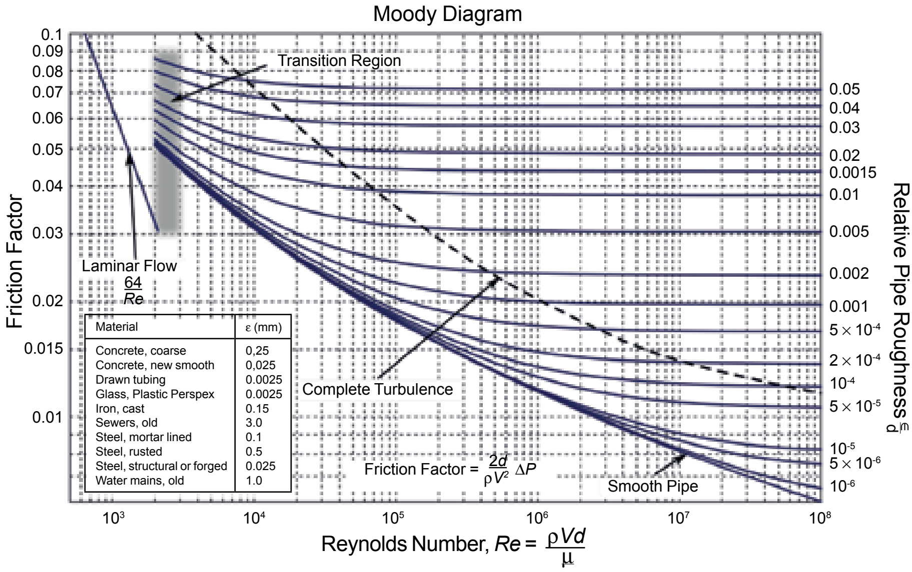


Figura 28. Sección del diagrama de Moody para solución del ejercicio 3.

Fuente: adaptado de Beck y Collins (2008; recuperado de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Moody_diagram.jpg).

No va a dar igual, porque a medida que el k es más bajo no se puede determinar con precisión en el diagrama. Hay que seguir la curva, no irse recto desde el k. Se va con una curva que tiende a unirse con la línea de tubos lisos (*smooth pipes*), ya que un tubo liso es uno donde el k es demasiado bajo, porque la rugosidad es muy pequeña o el diámetro es tan grande que no influye la rugosidad. Y se sigue la curva hasta que se encuentre con el Reynolds. Y de ahí se va a la izquierda, en el eje vertical, y se lee f (según el diagrama, es aproximadamente 0.016).

Con este dato, las pérdidas de energía en régimen turbulento quedarían:

$$h_L = \frac{0.0155 * 45m * \left(2.2\frac{m}{s}\right)^2}{2*9.8\frac{m}{s}*0.09797\ m} = 1.75\ m$$

Si se reemplaza f por 0.016 (valor obtenido en el digrama de Moody) el cambio no es significativo: $h_L = 1.81\ m$ (error del 3.7 %).

Ahora, finalmente, resolveremos el cálculo de las pérdidas por la ecuación de Hazen-Williams. Hay que decir antes que esta ecuación se usa solamente para conducción de agua, limitada a diámetros de tubería entre 2 pulgadas y 6 pies, a velocidades de flujo no superiores a 10 pies/s y temperatura del agua cercana a 60 °F. Con todas estas limitaciones, la ventaja es su facilidad de uso. Entonces, en los casos en que se puede usar es mejor recurrir a ella:

$$u = 0.85\ C_h R^{0.63} s^{0.54}$$

Donde u es velocidad (m/s); C_h, coeficiente de Hazen-Williams (véase Mott, 2006, p. 244, tabla 8.3); R, radio hidráulico (m), que en este caso se calcula como D/4, y s, gradiente hidráulico.

El gradiente hidráulico, s, es la relación entre las pérdidas de energía a la longitud del conducto:

$$s = h_L/L$$

C_h para tubo de cobre: 130; $R = 0.09797/4 = 0.0245\ m$; $L = 45\ m$; $v = Q/A = 2.2$ m/s
Despejando h_L:

$$h_L = L\left[\frac{u}{0.85 C_h R^{0.63}}\right]^{1.852} = 45\left[\frac{2.2}{0.85 * 130 * 0.0245^{0.63}}\right]^{1.852} = 2.41\ m$$

Como se ve, la diferencia sería notable con respecto del valor obtenido por la ecuación de Swamee y Jain (h_L = 1.81 m), pero el cálculo es más rápido porque no hay que calcular f.

Ejercicios propuestos

1. Determine la pérdida de energía, en m, que se produce cuando fluyen 3 m/s de glicerina (G=1.25 y μ = 1.2 Pa*s) entre dos puntos de una tubería de 4 cm de diámetro interior separados por 10 m.
2. Según el ejercicio anterior, ¿cuál sería la potencia, en kW, que debería entregar una bomba a ese fluido en esas condiciones? Suponga que la tubería es horizontal, que los dos puntos están abiertos a la atmósfera y que la tubería tiene el mismo diámetro entre los dos puntos.
3. Continuando con el mismo ejercicio, ¿qué potencia, en hp, consumiría esa misma bomba si su eficiencia mecánica es 80 %?
4. Ahora suponga que no es glicerina, sino agua a 20 °C; pero que tiene el mismo diámetro, la misma velocidad y la misma longitud de tubería. ¿Podría calcular así las pérdidas de energía, en m? Si no es posible, asuma que la tubería es de cobre con rugosidad 1.5 E-6 m (la viscosidad cinemática del agua se puede asumir como 1 E-6 m^2/s).

5. Invente y resuelva un problema de aplicación de pérdidas de energía primarias en régimen turbulento.

Bibliografía

Cengel, Yunus, y Cimbala, John. (2006). Capítulo 8. En *Mecánica de Fluidos. Fundamentos y aplicaciones* (1ª edición, 321-343). México: McGraw-Hill.

Franzini, Joseph, y Finnemore, John. (1999). Capítulo 8. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición). Nueva York: McGraw-Hill.

Mott, Robert. (2006). Capítulo 8. En Pablo Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 225-254). México: Pearson Educación.

Potter, Merle, y Wigger, David. (2003). Capítulo 11. En *Mecánica de fluidos* (3ª edición, pp. 479-485). México: Ediciones Paraninfo.

Sandoval, Juan [Juan Sandoval]. (13 de julio de 2015). Ejercicio de pérdida de carga primaria laminar [archivo de video]. Recuperado de https://youtu.be/PHu8q4h4dE8

Sandoval, Juan [Juan Sandoval]. (13 de julio de 2015). Ecuaciones pérdidas en régimen laminar [archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=Acic_6DnJds

White, Frank. (2004). Capítulo 7. En S. Figueras (Ed.), *Mecánica de fluidos* (5ª edición, pp. 335-351). Madrid: McGraw-Hill.

Guía 10. Pérdidas secundarias de energía

Competencias específicas

- Razonar la metodología de cálculo de pérdidas de energía en accesorios.
- Comparar estas pérdidas con las pérdidas primarias.
- Formar criterios de selección de válvulas y accesorios.

Resumen teórico

Para el cálculo correcto de la potencia que debe suministrar la bomba al fluido se deben contabilizar todas las pérdidas de energía que se presentan en la línea de flujo, tanto las debidas a la fricción del fluido con las paredes internas de la tubería, como las que son producto de los accesorios necesarios en esa línea (válvulas, codos, ramificaciones, entradas, salidas, entre otros). Estas últimas también son llamadas pérdidas secundarias, o pérdidas menores.

Generalidades

Las pérdidas menores son consecuencia de cambios en la magnitud en la dirección y en el sentido de flujo, así como de conexiones de entrada, salida o entre dos tuberías o ductos. Cada accesorio, necesario para regular flujo o cambiar su dirección, llámese válvula, codo, te, unión reductora, expansión, etc., tiene una metodología de cálculo particular de su coeficiente de resistencia o de pérdida (K). Este coeficiente es el que se reemplaza en la ecuación de pérdidas de energía, afín a la ecuación de Darcy-Weisbach. Es muy diferente del factor de rugosidad o rugosidad relativa (ver guía 9). La ecuación de pérdidas secundarias (menores) es análoga a la de pérdidas primarias (mayores), así:

Pérdidas mayores:

$$h_L = (f\,L\,v^2)/(2\,g\,D)$$

Pérdidas menores:

$$h_L = K\,(v^2/2\,g)$$

De acuerdo con esto, el coeficiente de resistencia, K, se puede calcular así:

$$K = f_T \frac{L_e}{D}$$

Donde f_T es el factor de fricción en régimen completamente turbulento; *Le*, la longitud equivalente, y D, el diámetro interno de tubería. El f_T es función de la rugosidad y del diámetro interno de la tubería, por lo cual hay fórmulas para calcularlo, o también se puede estimar por medio del diagrama de Moody. Pero el cociente (*Le/D*), llamado razón de longitud equivalente, es una constante que depende del tipo de accesorio. Algunos accesorios, como entradas y salidas, tienen tabulados sus valores de *K* directamente. Otros, requieren calcular primero el f_T y luego buscar en tablas el (*Le/D*). En la tabla 16 se presenta un resumen de las fórmulas y/o valores relacionado con los distintos accesorios:

Tabla 16. Coeficiente de resistencia para algunos accesorios

Tipo de singularidad	K
Válvulas, codos, tes	f_T (Le/D)
Entrada proyectada	1
Entrada recta	0.5
Entrada muy suave	0.05
Salida de una tubería	1
Ensanchamiento brusco	$(1-(D_1/D_2)^2)^2$
Reducción brusca de sección (contracción)	$0.5(1-(D_1/D_2)^2)^2$

Fuente: modificada de Mott (2006).

Procedimiento de cálculo del coeficiente de resistencia, *K*

Lo primero es hallar el f_T, que es el coeficiente de fricción en flujo completamente turbulento (o en zona de turbulencia completa); este valor corresponde al mínimo valor del *f*, que se da a altos valores de Reynolds, cuando la curva se vuelve una recta horizontal y el *f* solo depende del *k* (de la rugosidad relativa).

- Si se trata de válvulas, codos y tes conectados a tubería de acero de cédula 40, solamente se mira en la tabla 16, dependiendo del diámetro de la tubería a la que esté conectado el accesorio.
- Si se trata de otros tipos de tuberías, de diferente cédula o de otros materiales, es necesario usar el diagrama de Moody, en el que se busca el valor del *k* y se va directamente al eje *f*. También se puede usar la ecuación de Swamee y Jain sin la parte del Reynolds, así:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{k}{3.7}\right)\right]^2}$$

Tabla 17. Valores de f_T para accesorios conectados a tubería de acero

Diámetro de tubería	f_T
½	0.027
¾	0.025
1	0.023
1 ¼	0.022
1 ½	0.021
2	0.019
2 ½, 3	0.018
3 ½, 4	0.017
5	0.016
6	0.015
8-10	0.014
12-16	0.013
18-24	0.012

Fuente: modificada de Mott (2006).

Tabla 18. Valores de Le/D para algunos accesorios

Accesorio	Le/D
Válvula de globo	340
Válvula de ángulo	150
Válvula de compuerta c. a.	8
Válvula de compuerta abierta	900
Válvula de verificación tipo giratorio	100
Válvula de verificación tipo bola	150
Válvula de mariposa abierta por completo, 2 a 8 pulgadas	45
Válvula de mariposa abierta por completo, 10 a 14 pulgadas	35
Codo estándar a 90°	30
Codo radio largo a 90°	20
Codo roscado a 90°	50
Codo roscado a 45°	26
Te con flujo directo	20
Te con flujo en el ramal	60

Fuente: modificada de Mott (2006).

Ejercicios resueltos

Ejercicio 1

Como se aprecia en la figura 29, un sistema de tubería para una bomba contiene una te, la que permite la medición de la presión en la salida de la bomba. Sin embargo, no existe flujo en la línea que lleva al instrumento. Calcule la pérdida conforme circulan 0.40 pie^3 /s de agua a 50 °F a través de la te.

Figura 29. Gráfica para el ejercicio resuelto 1.

Solución

Como siempre, si no se especifica la velocidad, la debemos hallar: $v = Q/A$. Tenemos Q, pero no A. En este caso debemos ir a la tabla F1 (véase Mott, 2006, apéndice F2) de propiedades de tuberías de acero, cédula 40. Para un diámetro nominal de 3 pulgadas, según la figura 29, el área que da la tabla es 0.05132 pie^2. Entonces la velocidad:

$$v = \frac{0.40\left(pie^3 / s\right)}{0.05132\,pie^2} = 7.79\,pie / s$$

En la tabla 6 leemos Le/D para una te estándar con flujo directo, porque según la figura vemos que es de esta clase de te y que su valor es 20.

Ahora, si la tubería es de acero y está nueva y limpia, vamos a la tabla 5: el f_T para una tubería de 3 pulgadas de diámetro nominal es 0.018.

Calculamos el coeficiente de pérdidas, *K*, por la ecuación:

$$K = f_T\left(Le/D\right) = 0.018 * 20 = 0.36$$

Calculamos h_L:

$$h_L = K\left(u^2/2g\right) = 0.36 * \left[\frac{7.79\,\frac{pie}{s}}{2 * 32.2\,pie/s^2}\right] = 0.35\,pie$$

O también se puede calcular directamente por la ecuación de Darcy-Weisbach modificada:

$$h_L = f_T\left(Le/D\right)\left(u^2/2g\right) = 0.018 * 20 * \left[\frac{\left(7.79\,\frac{pie}{s}\right)^2}{2 * 32.2\,pie/s^2}\right] = 0.35\,pie$$

Respuesta:

h_L = 0.35 pie

Ejercicio 2

Fluyen 400 galones de agua por minuto por una determinada tubería de acero, cédula 40, de 4 pulgadas de diámetro nominal. El agua atraviesa por una válvula de globo, que está completamente abierta (ver figura 30). ¿Qué caída de presión experimentará el agua al pasar por esta válvula?

Figura 30. Gráfica para el ejercicio resuelto 2.

Solución

Se parte del hecho de que la tubería es horizontal (aunque no lo diga el enunciado) y que el diámetro no cambia en toda la sección de análisis. Entonces, la ecuación de energía quedaría así:

$$p_1 - p_2 = \gamma * h_L$$

Se sabe que:

$$h_L = K\left(u^2/2g\right)$$

Donde,

$$K = f_T \frac{Le}{D}$$

Reemplazando los valores de las tablas 17 y 18: $K = 0.017 * 340 = 5.78$. Por tablas de propiedades de tuberías de acero (Mott, 2006, apéndice F2), el área de flujo para una tubería de 4 pulgadas nominales es 0.0884 pie$^{2.}$

La velocidad se calcula como siempre:

$$\upsilon = \frac{Q}{A} = \frac{\left(400/449\right) pie^3/s}{0.0884\, pie^2} = 10.08\, pie/s$$

Entonces,

$$\Delta p = 62.43\frac{lbf}{pie^3} * \left\{ 5.78 * \frac{\left(10.08\frac{pie}{s}\right)^2}{64.4\,{}^{pie}\!/_{s^2}} \right\} = 569.32\frac{lbf}{pie^2} * \frac{1\,pie^2}{144\,pulg^2} = 3.95\,psig$$

Respuesta

Se pierden 3.95 psig de presión (27.23 kPa) al pasar el agua por esta válvula de globo, debido a su alto coeficiente de pérdidas. Sin embargo, esta válvula es de las más usadas por su bajo costo.

Ejercicio 3

Fluye agua a 7 m/s por una tubería horizontal que se expande desde 6 cm hasta 9 cm de diámetro interior. El ángulo de esta expansión es 30° con respecto a la horizontal. Se sabe también que la presión manométrica es 150 kPa, justo antes de la expansión. ¿Cuál será la pérdida de energía debida a esa expansión y cuál será la presión del agua después de la expansión?

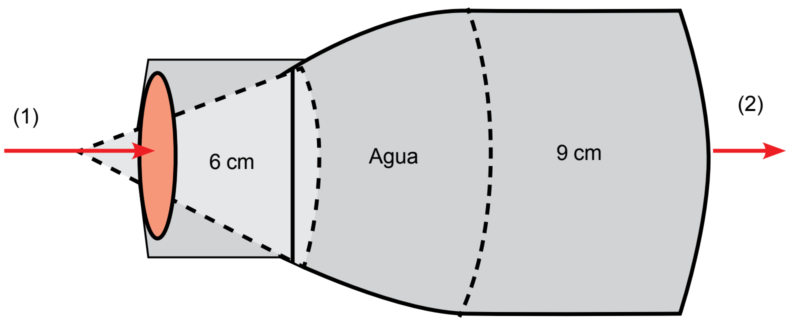


Figura 31. Gráfica para el ejercicio resuelto 3.

Solución

Debido a la expansión, se supone flujo estacionario y que el flujo en la sección 2 es totalmente turbulento. El procedimiento es similar a lo anterior; aunque hay que tener en cuenta que este accesorio requiere otra metodología específica para el cálculo del *K*, porque depende de la relación de diámetros y del ángulo. Se usa la figura 32, sabiendo que la relación de diámetros del mayor al menor es 9/6 = 1.5 y que el ángulo total de abertura de la expansión es 2*30° = 60°.

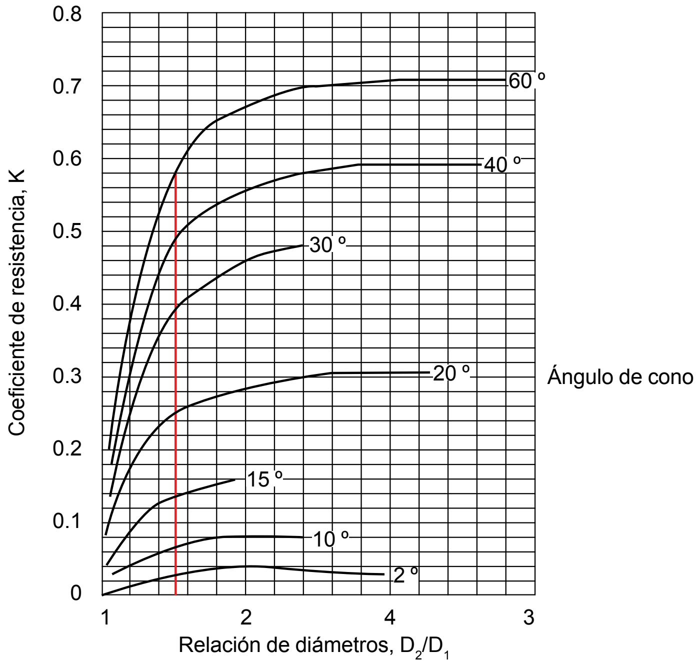


Figura 32. Determinación gráfica del *K* para el ejercicio resuelto 3.
Fuente: modificada de Mott (2006).

También se podría hacer con la tabla 10.2 de Mott (2006), interpolando (D_2/D_1) entre 1.4 y 1.6. Entonces, según la gráfica, K = 0.585; así que:

$$h_L = K\left(\frac{u^2}{2g}\right)$$

Quedaría:

$$h_L = 0.585 * \left(7^2 \big/ 19.6\right) m = 1.46\ m$$

Para la presión a la salida de la expansión se emplea la ecuación de energía entre las dos secciones.

Reemplazando los valores queda así:

$$\frac{140}{9.81} + \frac{49}{19.6} - 1.46 = \frac{p_2}{9.81} + \frac{u_2^2}{19.6}$$

Donde la velocidad en la sección 2 se calcula con la ecuación de continuidad, en la que sustituyendo los valores es (aquí ya se elevaron los diámetros al cuadrado):

$$u_2 = 7\,{}^{m}\!/_{s}\left(\frac{36}{81}\right) = 3.11 m/s$$

Entonces, volviendo a la ecuación de energía, pero ahora despejando la presión en la sección 2:

$$p_2 = 9.81\left[15.31 - \frac{3.11^2}{19.6}\right] kPa = 145.4\ kPa$$

Respuesta y análisis

Se produjo una caída de presión alta (mayor a 1 atmósfera manométrica). Esto se debe a que la pérdida de energía fue alta, 1.46 m, a pesar de ser una pérdida menor. A su vez, esto se debe al alto valor de K (0.585), causado por el ángulo tan alto, no tanto por la velocidad, ni por la relación de diámetros.

Ejercicio 4

Se va a obtener un flujo de agua a partir de un reservorio que está ubicado a 3 m de altura, por medio de un hueco en la base del reservorio que tiene 1.5 cm de diámetro, por donde se va a conectar la tubería de suministro. Determine: a) caudal ideal, b) caudal si la conexión de entrada de la tubería al hueco del tanque se hace proyectada hacia dentro del tanque y c) caudal si esa conexión es bien redondeada. Analice qué ocurre y concluya.

Solución

a) El caudal ideal (es decir, sin pérdidas) se establece por Bernoulli, con lo que se obtiene la ecuación de Torricelli; luego esa velocidad se multiplica por el área del hueco (que corresponderá al área transversal de la tubería) para hallar el caudal o flujo volumétrico.

$$Q = A\sqrt{2\ gh} = \pi * \left[(0.015\ m)^2 / 4\right] * \sqrt{19.6 * 3\ {}^{m^2}\!/_{s^2}}$$

$$Q = 0.001355\ {}^{m^3}\!/_{s}$$

Ahora, para los dos casos siguientes, la ecuación es la misma:

$$Q = A\sqrt{2g\left(h - h_L\right)}$$

La ecuación de pérdidas secundarias:

$$h_L = K\left(\frac{u^2}{2g}\right)$$

En la que el K varía según el tipo de entrada:
Entrada proyectada:

$$K = 1;\ h_L = \left(\frac{u^2}{19.6}\right) = 0.051\ u^2$$

Entrada bien redondeada:

$$K = 0.04;\ h_L = 0.04\left(\frac{u^2}{19.6}\right) = 0.00204\ u^2$$

Se reemplazan estas fórmulas en la ecuación de energía y de ahí se despeja la velocidad al cuadrado.

$$z_1 - h_L = \frac{u_2^2}{2g} - z_2$$

Reemplazando datos:

$$3 - h_L = \frac{u_2^2}{2g}$$

b) Entrada proyectada:

$$3 - \frac{u_2^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g}$$

Entonces,

$$u_2^2 = 3g = 29.4$$

O sea que:

$$u_2 = \sqrt{29.4} = 5.42\frac{m}{s}$$

Entonces,

$$Q = A\sqrt{2\ gh} = \pi * \left[(0.015\ m)^2 / 4\right] * 5.42\ m/s$$

$$Q = 0.000967\ m^3/s$$

c) Entrada bien redondeada

$$3 - 0.00204\ u^2 = 0.051\ u^2$$

Entonces,

$$u_2^2 = \frac{3}{0.05304} = 56.56$$

$$u_2 = \sqrt{56.56} = 7.52\ m/s$$

$$Q = A\sqrt{2\ gh} = \pi * \left[(0.015\ m)^2/4\right] * 7.56\ m/s$$

$$Q = 0.00133\ m^3/s$$

Análisis y conclusiones

En definitiva, el máximo caudal es el ideal (0.001355 m^3/s) porque no considera pérdidas en la entrada. Más pérdidas se presentan y, por consiguiente, menos caudal se obtendrá cuando se usa conexión proyectada de 0.000967 m^3/s. En cambio, cuando la conexión es bien redondeada se disminuyen tanto las pérdidas que el caudal obtenido es bastante cercano al ideal (0.00133 m^3/s).

Preguntas teóricas

- ¿Qué accesorio presenta mayor pérdida secundaria: una expansión o una contracción gradual?
- En un sistema de flujo que tiene varios codos a 90° estándar, además de tubería, ¿qué formas hay de reducir las pérdidas de energía?
- Obtenga la ecuación del K de una expansión a partir de la ecuación de energía y la ecuación de continuidad.

Ejercicios propuestos

1. Calcule la pérdida de energía, en m, que presenta una válvula de globo completamente abierta que está conectada a una tubería de acero de 2 pulgadas y cédula 40, por donde fluyen 600 L/min de agua a 20 °C.
2. Para el ejercicio anterior, ¿cuál sería la caída de presión, en kPa, de esa válvula si la tubería es horizontal?
3. Si en lugar de una válvula de globo se emplea una válvula de mariposa completamente abierta, ¿en qué porcentaje se disminuyen las pérdidas del ejercicio 1?
4. Si la tubería del ejercicio 1 es de cobre tipo K y tiene el mismo diámetro nominal, ¿cuál sería la pérdida de energía, en m, para la válvula de globo?
5. Determine la pérdida de energía que presenta una expansión gradual de 60° desde 1 a 3 pulgadas de diámetro interior, si la velocidad en la sección de 3 pulgadas es 2 m/s.

Bibliografía

Cengel, Yunus, y Cimbala, John. (2006). Capítulo 8. En *Mecánica de Fluidos. Fundamentos y aplicaciones* (3ª edición, pp. 347-354). México: McGraw-Hill.

Escuela de Ingeniería de Antioquía. (s. f.). *Pérdidas locales* [guía en línea]. Recuperado de http://fluidos.eia.edu.co/lhidraulica/guias/perdidaslocalesentuberias/perdidaslocales.html

Mott, Robert. (2006). Capítulo X. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 278-319). México: Pearson Educación.

Pardo, Luis. (s. f.) *Flujo en tuberías* [documento en línea]. Recuperado de http://es.slideshare.net/jesusfbf/flujo-tuberias-cap-3-y-4

White, Frank. (2004). Capítulo 6. En S. Figueras (Ed.), *Mecánica de fluidos* (5ª edición, pp. 376-384). Madrid: McGraw-Hill.

Taller de repaso para el segundo parcial

Ejercicios de continuidad y Bernoulli

a. Un fluido de densidad relativa 0.9 circula por una tubería horizontal con una caída de presión de 100 kPa manométricos entre dos puntos de la tubería. Si la velocidad aguas arriba es 10 m/s, determine la velocidad aguas abajo.

b. Al aumentar el diámetro de la sección de una tubería al triple de su valor inicial, ¿en cuánto aumenta o disminuye su velocidad?

c. Determine la diferencia de alturas necesaria, según Bernoulli, para producir una velocidad de descarga de un tanque igual a 5 m/s (diferencia entre la superficie del líquido en el tanque y la boquilla de descarga del tanque).

d. Explique por qué la velocidad de descarga de un líquido en un tanque atmosférico no depende del peso específico del mismo y en qué caso sí se debe tomar en cuenta ese peso específico.

e. Una tubería de agua está en posición vertical. Si la caída de presión entre el puntos superior e inferior, separados una distancia de 1 m, es de 10 kPa manométricos, determine la relación de diámetros del superior al inferior.

Ejercicios de ecuación general de energía

a. Un fluido de densidad relativa 0.9 circula por una tubería horizontal con una caída de presión de 100 kPa manométricos entre dos puntos de la tubería. Si la velocidad aguas arriba es 10 m/s, determine la velocidad aguas abajo para unas pérdidas de energía de 1.5 m.

b. Sin pérdidas de energía, ¿qué potencia, en kW, debe suministrar una bomba para elevar agua a 20 °C a una altura de 5 m sin cambiar la velocidad ni la presión manométrica? El caudal es 100 L/s.

c. Para el caso anterior, si las pérdidas de energía son iguales a 1.5 veces la carga dinámica, ¿en qué porcentaje aumenta o disminuye la potencia que debe agregar la bomba al agua?

d. Suponga que ahora no se emplea una bomba para elevar el agua 5 m, sino que desciende el agua esa misma altura y se quiere aprovechar su energía por medio de una turbina. Sin pérdidas de energía, ¿cuánta es la máxima potencia que se puede aprovechar, en kW? El caudal es 100 L/s.

e. Para el caso anterior, si las pérdidas de energía son iguales a 1.5 veces la carga dinámica, ¿en qué porcentaje aumenta o disminuye la potencia que puede retirar la turbina del agua? Concluya argumentativamente el resultado del punto e.

Ejercicios de pérdidas primarias

a. Calcule la pérdida de energía que producen 100 L/s de agua fluyendo por una tubería de acero cédula 40 de 4 pulgadas de diámetro nominal, por 100 m de longitud de tubería.

b. Calcule la pérdida de energía que producen 10 L/s de cierto fluido cuya viscosidad es 0.02 Pa*s y su gravedad específica es 1.2, si la longitud de la tubería de acero es 100 m cédula 40 de 4 pulgadas de diámetro nominal.

Ejercicios de pérdidas secundarias

a. Calcule la pérdida de energía que producen 100 L/s de agua fluyendo por una válvula de globo conectada a una tubería de cédula 40 de 4 pulgadas de diámetro nominal.

b. Calcule la pérdida de energía que producen 100 L/s de agua fluyendo por una válvula de compuerta abierta por completo, conectada a una tubería de cédula 40 de 4 pulgadas de diámetro nominal. Compare con el resultado del punto m.

Guía 11. Sistemas de tuberías en serie

Competencias específicas

- Razonar la metodología de cálculo para las diferentes clases de sistemas en serie.
- Aplicar esas metodologías a casos particulares.
- Usar las hojas de cálculo disponible y analizar los resultados obtenidos.

Resumen teórico

En muchas industrias, fábricas, plantas de producción o sistemas de transporte de fluidos (oleoductos, por ejemplo) hay dos o más tuberías conectadas una tras otra. Puede ser que tengan el mismo material, pero usen otro diámetro o material. Esto se llama sistemas de tuberías en serie. En ocasiones se necesita saber el consumo de potencia para mover un líquido por ese sistema. En otros casos es posible que no se sepa cuál es el caudal circulante y no haya forma de instalar un medidor. Y en algunos casos se requerirá escoger el mejor diámetro de tubería (sobre todo cuando se va a diseñar) para que la pérdida de presión no sea superior a un determinado valor, que generalmente lo fijan los costos del proceso.

Sistemas en serie clase I

Se determina la potencia consumida por la bomba, la potencia entregada por la bomba al fluido y la diferencia de presiones o la diferencia de alturas. Se conocen el caudal, el diámetro, la longitud y demás características básicas de la tubería y de los accesorios.

Sistemas en serie clase II

Se determina el caudal (flujo volumétrico). La pregunta a resolver por el ingeniero es: ¿cuál es la máxima velocidad que puede tener el fluido dentro del sistema para que se cumpla con el requisito de diferencia de presión entre los puntos inicial y final del este sistema? Existen varias metodologías que se desarrollarán con un ejercicio particular para cada una.

Sistemas en serie clase III

Se determina el tamaño (diámetro) de la tubería. Para ello se responde a la pregunta: ¿cuál es el mínimo diámetro de tubería que se puede seleccionar para que se cumpla el requisito de diferencia de presión en el sistema? Existen dos métodos fundamentales.

Si se trata de agua como fluido transportado, existen (además de las fórmulas convencionales) los nomogramas de Hazen y Williams, que desarrollando las ecuaciones de H-W presentan una alternativa rápida y sencilla de solución, pero que están limitadas al caso específico del agua y a ciertos rangos de temperatura.

Problemas resueltos de cada clase

Clase I

Para el siguiente sistema, en el que fluye queroseno a 25 °C a razón de 500 gpm, se requiere que la presión en el punto B sea de 500 psig. Si ambas tuberías son de acero cédula 80 y la longitud de la tubería de acero de 4 pulgadas es 40 pies, determine la presión en A, teniendo en cuenta tanto la pérdida de energía debida a la fricción, como las pérdidas secundarias.

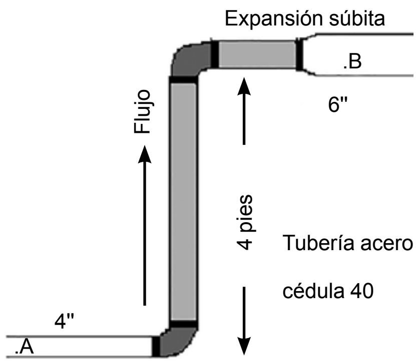


Figura 33. Gráfica del problema resuelto 1.

Solución

Datos:

Queroseno: G = 0.823
$\mu = 1.64*10^{-3}$ Pa*s
Tubería: $\varepsilon = 4.6*10^{-5}$ m

D.I. (4") = 97.2 mm
D.I. (6") = 146.3 mm

Cálculo de velocidades:

$$u_A = \frac{\left(\frac{500}{449}\right) pie^3 / s}{0.07986\ pie^2} = 13.94\ pie / s$$

$$u_B = \frac{\left(\frac{500}{449}\right) pie^3 / s}{0.181\ pie^2} = 6.15\ pie / s$$

Ecuación de energía:

$$\frac{p_A}{0.823 * 62.4} + 0 + \frac{13.94^2}{64.4} - h_L = \frac{500 * 144}{0.823 * 62.4} + 4 + \frac{6.15^2}{64.4}$$

Ecuación de pérdidas (forma general):

$$h_L = \left[f \frac{L}{D} + \sum f_T \frac{Le}{D} \right] \left(\frac{u_A^2}{2g} \right) + \left[f \frac{L}{D} + \sum f_T \frac{Le}{D} \right] \left(\frac{u_B^2}{2g} \right)$$

Según el esquema, es claro que la pérdida primaria en la tubería de 6 pulgadas es despreciable, porque la longitud de esa sección es mínima comparada con la de 4 pulgadas. Por otra parte, la pérdida en la expansión se calcula con base en la velocidad de la sección más delgada, o sea, la de 4 pulgadas. Veamos los resultados:

Tabla 19. Constantes para el problema

Accesorio y/o tubería	f_T	Le/D	K
Codo radio largo	0.017	20	0.34
Expansión			0.312
Tubería 4" κ: $4.73*10^{-4}$ Re: 207305	(f) 0.01872	(L/D) 125.43	2.35

Fuente: Elaboración propia basada en datos del Mott (2006).

Reemplazando en la ecuación de pérdidas:

$$h_L = \left[2.35 + 0.312 + (0.34 * 2) \right] \left(\frac{194.32}{64.4} \right) = 10.08\ pies$$

Ahora, se sustituye ese valor en la ecuación de energía:

$$\frac{p_A}{0.823*62.4}=10.08+\frac{500*144}{0.823*62.4}+4+\frac{6.15^2}{64.4}-\frac{13.94^2}{64.4}$$

De donde:

$$\frac{p_A}{0.823*62.4}=1414.3$$

$$p_A=72\ 633\frac{lbf}{pie^2}=504.3\ psig$$

Respuesta

La presión en A debe ser 504 psig.

Clase II

Método II A

En un tubo de acero estirado de diámetro exterior de 2 pulgadas y espesor de pared 0.083 pulgadas circula cierto aceite hidráulico de densidad relativa 0.9 y viscosidad cinemática $3.33*10^{-6}$ m^2/s. Entre dos puntos, a 30 m uno del otro y horizontalmente, hay una caída de presión de 68 kPa. Calcule la velocidad de flujo del aceite.

Solución

Calculo del diámetro interior:

$$D.\ I. = 2 * 0.0254 - (2 * 0.083 * 0.0254)\ m = 0.04658\ m$$

La ecuación que se usa para hallar el caudal es:[18]

$$Q=-2.22D^2\sqrt{\frac{gDh_L}{L}}\log\left(\frac{1}{3.7\,{}^{D}\!/\!{}_{\varepsilon}}+\frac{1.784v}{D\sqrt{Dgh_L/L}}\right)$$

Resultado

$$Q = 0.0005289\ m^3/s$$

[18] Véase Swamee y Jain(1976).

Respuesta

En este caso, el caudal o velocidad de flujo volumétrico será aproximadamente de 0.0053 m^3/s.

Método II B

A través de una tubería de hierro dúctil recubierta, de diámetro interno de 3 pulgadas, circula aguarrás a 77 °F de un punto A hasta un punto B. El punto B está 20 pies por encima del punto A. La longitud total de tubería es de 60 pies. Hay dos codos de radio largo de 90° entre A y B. La presión en A es de 120 psig y en B es 105 psig. Determine el caudal del aguarrás.

Solución

Datos (según tablas del Mott):

Densidad: 54.2 lbm/pie^3
Viscosidad cinemática: $1.7*10^{-5}$ pie^2/s
Rugosidad de la tubería**:** $4*10^{-4}$ pie

Primero se reemplazan los datos (incluyendo la diferencia de alturas y de presiones) en la ecuación anterior, obteniéndose un caudal en unidades del sistema inglés de 0.7462 ft^3/s. Ese valor se usa para hallar la velocidad, con la que se encuentra el Reynolds. Luego se halla el coeficiente de fricción. Con este coeficiente se calculan las pérdidas. Finalmente, con estos y los demás términos de la ecuación de energía se calcula la presión final real, que se compara con la presión final que se espera (según el problema) que tenga el líquido. En este caso debe ser superior o igual a 105 psig.

La ecuación que permite determinar la presión final es:

$$p_2 = p_1 - (h_L + z_2)\gamma$$

Después de ejecutar los cálculos, el resultado fue p_2 = 103 psig, es decir, la presión fue menor a la esperada (105 psig). Entonces se debe repetir con un caudal menor y se prueba hasta que la presión sea mayor a 105 psig. En este caso el caudal máximo que se puede hacer circular en ese sistema con ese fluido y a esas condiciones es 0.68 pie^3/s. Con ese caudal, la velocidad: 2.9 pie/s, las pérdidas: 19.73 pie y la presión final: 105.05 psig. Ahora, la presión 2 real sí es mayor a la esperada.

Respuesta

El caudal de aguarrás no debe ser mayor a 0.68 ft^3/s para este sistema.

Método II C

Determine el caudal para el siguiente sistema donde fluye agua a 20 °C del tanque A al B, por 12 m de una tubería de acero de 4 pulgadas cédula 40.

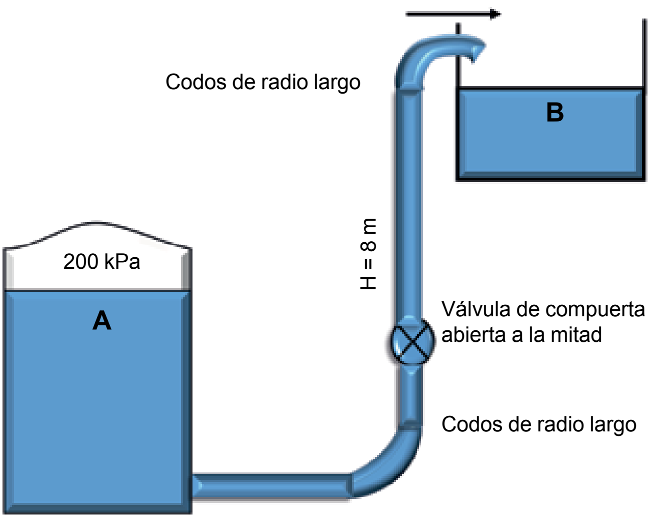


Figura 34. Gráfica del problema resuelto 2.

Solución

En este caso se va a emplear la hoja de cálculo elaborada por el autor de este libro.[19] Es más versátil y de uso variado que la que trae Robert Mott en *Mecánica de fluidos* (6ª edición). Se introducen los datos en los cuadros en blanco. Las alturas de A y de B. En este caso, $Z_A = 0$ y $Z_B = 8$ m. Se simplifica si se pone B justo en la salida de la tubería, no en la superficie del tanque. La u_A es 0 y la u_B no es 0. La p_A es 200 000 Pa (no se puede poner en kPa) y la p_B es 0. Por su parte, la densidad del agua es 1000 kg/m³ y su viscosidad es $1.02*10^{-3}$ Pa*s. El diámetro nominal es 4 pulgadas. La hoja calcula el diámetro interno para acero cédula 40. La longitud es 12 m. La hoja calcula L/D, f_T y κ. En la parte de pérdidas menores, introduzca el número de accesorios que haya de cada cosa. Si no hay nada, no introduzca 0, deje en blanco.

La hoja calcula el resto de datos internos y realiza las iteraciones del *f*, aunque sí se debe poner el *f* inicial. Se recomienda 0.02, pero podría ser el mismo f_T.

[19] En el siguiente link está la hoja desarrollada https://www.dropbox.com/s/b7edwvdvs2rjv76/sistemas%20en%20serie%20clase%20II.xlsx?dl=0

Tabla 20. Hoja de cálculo propia resuelta para el problema

Valor inicial f	**0.02**
	Sistema internacional
Valor Velocidad calculado	5.798
Reynolds	5.80E+05
Valor f calculado	0.0173
Comparación	Repite
Valor Velocidad calculado	5.928
Reynolds	5.93E+05
Valor f calculado	0.0173
Comparación:	Repite
Valor Velocidad calculado	5.928
Reynolds	5.93E+05
Valor f calculado	0.0173
Comparación:	Termina
Valor Velocidad calculado	5.928
Reynolds	5.93E+05
Valor f calculado	0.0173
Comparación:	Termina
f =	1.73E-02
v =	5.93
Q =	0.0487

Respuesta

El caudal para este sistema es 0.0487 m^3/s.

Ecuaciones que se manejan en esta hoja de cálculo, en particular. Ecuación de energía entre A y B:

$$\frac{200\ 000}{9800} - h_L = 8 + \frac{u_B^2}{19.6}$$

Entonces,

$$h_L = 12.4 - \frac{u_B^2}{19.6}(\text{A})$$

Ahora, las pérdidas:

$$h_L = (117.3f + 3.9)\frac{u_B^2}{19.6}(\text{B})$$

Igualando A y B:

$$12.43 = \frac{u_B^2}{19.6}(117.3f + 4.9)$$

Despejando la velocidad:

$$\sqrt{\frac{243.628}{117.3f + 4.9}} = \frac{15.61}{\sqrt{117.3f + 4.9}}(\text{C})$$

Y ahí es donde se reemplaza el *f* y se comienza a iterar, obteniéndose el caudal 0.0487 m^3/s

Clase III

Método IIIA

Se va a transportar 0.06 m^3/s de agua a 80 °C por medio de un tubo horizontal que mide 30 m y es de cobre tipo K, desde un calentador donde la presión es 150 kPa hacia un tanque abierto a la atmósfera. Determine el diámetro de ese tubo.

Solución

Usando la siguiente ecuación, con los datos que da el problema y los buscados en tablas:

$$D = 0.66\left[\in^{1.25}\left(\frac{LQ^2}{gh_L}\right)^{4.75} + vQ^{9.4}\left(\frac{L}{gh_L}\right)^{5.2}\right]^{0.04}$$

Respuesta

El diámetro interno, correspondiente a este tamaño de tubería obtenido mediante el método IIIA, es 0.09797 m, lo que equivale a un D nominal de 4 pulgadas.

Método IIIB

Se requiere determinar el diámetro nominal de tubería de acero cédula 40 para desocupar el tanque de la figura 35 donde hay agua a 80 °F. La condición es que el caudal de descarga sea 400 gpm. La longitud total de tubería es 75 pies.

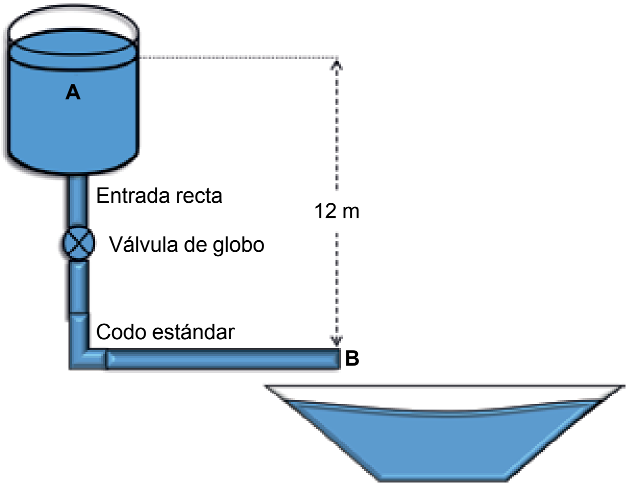


Figura 35. Gráfica del problema resuelto 3.

Solución

Se parte de la ecuación usada en el ejercicio anterior (D = 0.2391 *pie*). Con este dato se va a la tabla de propiedades de la tubería de acero cédula 40 y se busca el diámetro nominal más cercano, para luego, con el diámetro interior de esa tubería, calcular la velocidad, el Reynolds y los demás términos hasta llegar a la presión final, así como se realizó en el método IIB.

También se debe hallar el valor del f_T en tablas, porque es acero cédula 40. Si fuera otro material, habría que calcularlo:

$$p_2 = p_1 - \left(\frac{u_2^2}{2g} + h_L - z_1 \right) \gamma$$

Hay que tener en cuenta que en este caso la altura 1 es 12 m y la altura 2 es 0. Igualmente, la velocidad 1 es 0 m/s, mientras que la velocidad 2 es el caudal dividido en el área de flujo de la tubería, que varía según el diámetro interior. La presión final debe ser mayor a 0 porque la tubería está abierta. Como dio negativa la presión final (-10.32 psig), se debe reemplazar el diámetro siguiente: 0.2957, que corresponde a 3 ½", cuyo f_T es 0.017. Todo lo demás permanece igual. En este caso da 3.06 psig, la p_2 es mayor a 0 psig (como se esperaba) y se puede terminar el ejercicio.

Respuesta y análisis

El tamaño de tubería ideal para este caso sería 3 ½ pulgadas de diámetro nominal de acero cédula 40. Como se puede ver, a medida que el diámetro va aumentando, disminuye la velocidad y, por ende, disminuyen las pérdidas mayores y menores. Esto hace que la diferencia de presiones disminuya y así aumente la presión final. También se puede ver que es casi imposible que la presión 2 sea igual a 0, porque con los diámetros internos de las tuberías no hay valores intermedios; entonces se pasa de una presión muy negativa (-10.32 psig) con 3", a una positiva (3.06 psig) con un diámetro de 3 ½".

Problemas propuestos

De acuerdo con la figura 36 resuelva los problemas 1 a 3

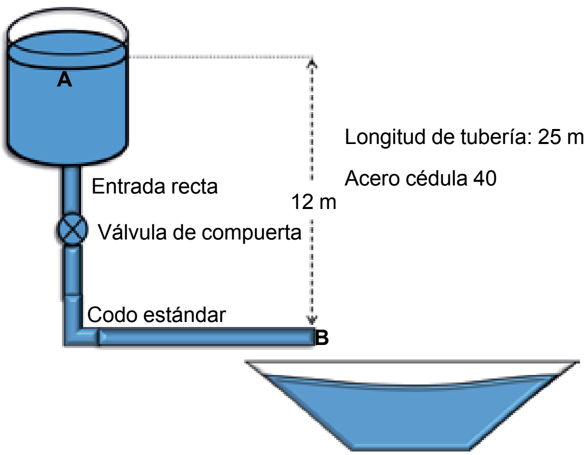


Figura 36. Diagrama del sistema para los ejercicios propuestos 1, 2 y 3.

1. Si el diámetro de la tubería es de acero cédula 40 de 2 pulgadas nominales, calcule las pérdidas totales de energía en el sistema que conduce 300 L/min de agua a 20 °C

2. Suponiendo que se quiere conducir 700 L/min de agua a 20 °C, ¿qué tamaño nominal de tubería de acero cédula 40 se debería emplear?
3. Si el sentido de flujo fuera inverso, es decir, desde el estanque hasta el depósito, ¿qué presión, en Pa, debería aplicársele al agua en el punto inicial para que fluya con un caudal de 300 L/min hacia el depósito? Suponga que el diámetro de la tubería es 2 pulgadas nominales y que la velocidad inicial no es 0, pero que la final sí es 0.

Resuelva los problemas 4 y 5 de acuerdo con la figura 37.

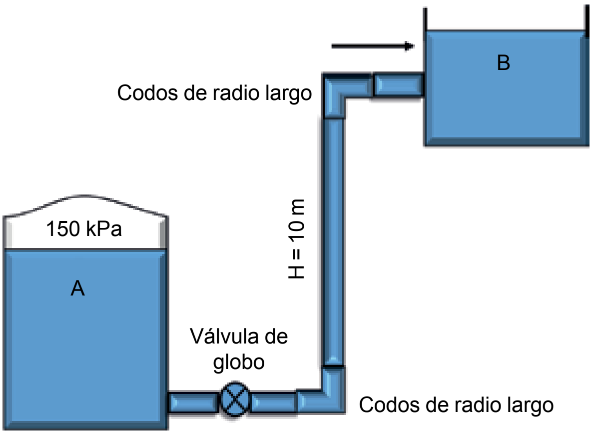


Figura 37. Diagrama para los problemas 4 y 5.

4. Si por el sistema de la figura 37 fluye agua a 20 °C, ¿cuál sería el caudal máximo permisible, en L/min? Suponga que la longitud total de la tubería de cobre tipo K de 2 pulgadas nominales es 20 m y los codos son estándar.
5. Con base en el resultado del ejercicio 4, determine la potencia, en kW, que debería entregar una bomba que se instalará antes de la válvula de globo, en lugar de aplicarle presión al agua en la superficie del tanque A. Es decir, ahora la presión manométrica en A es 0 y el líquido fluiría por la potencia suministrada por una bomba.

Bibliografía

Cengel, Yunus, y Cimbala, John. (2006). Capítulo 8. En *Mecánica de Fluidos. Fundamentos y aplicaciones* (3ª edición, pp. 354-364). México: McGraw-Hill.

Mott, Robert. (2006). Capítulo 11. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 320-357). México: Pearson Educación.

Sandoval, Juan [Juan Sandoval]. (4 de noviembre de 2015). Ejercicio sistema en serie clase II, con hoja de cálculo [archivo de video]. Recuperado de https://youtu.be/8Vl7P6CdfKA

Sandoval, Juan [Juan Sandoval]. (3 de noviembre de 2015). Ejercicio de sistemas en serie clase II [archivo de video]. Recuperado de https://youtu.be/nJCNb6bRNf4

White, Frank. (2004). Capítulo 6. En Silvia Figueras, *Mecánica de fluidos* (5ª edición, pp. 384-386). Madrid: McGraw Hill.

Guía 12. Sistemas de tuberías en paralelo

Competencias específicas

- Entender los principios fundamentales inherentes a los sistemas en paralelo.
- Razonar la metodología de cálculo para los sistemas de tubería en paralelo de dos ramas.
- Aplicar esas metodologías a casos particulares.
- Usar las hojas de cálculo disponible y analizar los resultados obtenidos.

Resumen teórico

En un sistema en paralelo una tubería se divide varias tuberías que posteriormente (aguas abajo) vuelven a unirse. Un uso que se le puede dar a un sistema en paralelo de dos ramas es tener una vía secundaria para evitar que el proceso se detenga en caso de mantenimiento o de reparaciones de equipos en la vía principal. En este libro se estudiarán los sistemas en paralelo de dos ramas. Sistemas de más ramas están fuera del alcance del curso.

Las características más importantes de un sistema en paralelo son:

- El caudal se reparte entre las dos ramas de manera desigual, aunque puede ser igual en algún caso particular.
- Las pérdidas de energía totales en cada rama de un sistema en paralelo siempre son iguales.

Según estos dos principios, se puede decir que el flujo del líquido se repartirá más por donde se encuentren menos accesorios, menor rugosidad y mayor diámetro. De tal forma que la pérdida de energía será igual que en las otras ramas donde existan más accesorios, mayor rugosidad y menor diámetro, aunque pasará menor caudal del líquido.

La principal diferencia entre sistemas en serie y sistemas en paralelo es que en los primeros siempre el caudal será el mismo en todas las tuberías, pero las pérdidas de energía varían accesorio por accesorio; en cambio en los segundos es al revés, es decir, el caudal varía (aunque a veces puede dar el mismo), pero las pérdidas de energía en cada rama son iguales.

Problema resuelto

Considerando la figura 38, suponga que el caudal antes y después de las ramas en paralelo es 380 L/min de agua a 20 °C. La tubería de la rama *a* es acero cédula 40 de 2 pulgadas de diámetro nominal y su longitud es 2 m. La rama *b* también es de acero cédula 40, pero de 1 ¼" y de 7 m de longitud. Se deben tener en cuenta las pérdidas por fricción, además de las pérdidas secundarias. Los codos son estándar (de 90°). Determine el flujo volumétrico en cada rama de este sistema.

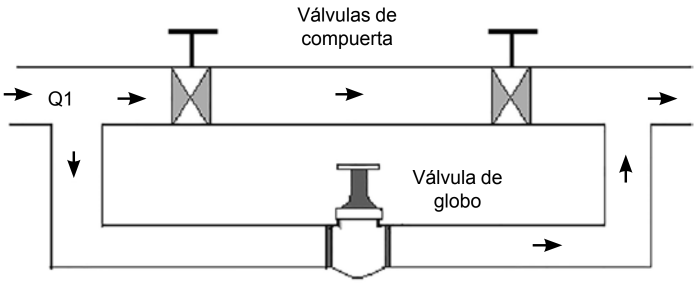


Figura 38. Sistema en paralelo del ejemplo resuelto.

Solución

Aquí se aplicará la metodología del Mott, paso a paso. La ecuación de continuidad dice que:

$$Q_1 = A_a \upsilon_a + A_b \upsilon_b = Q_2 \tag{1}$$

$$6.333 * 10^{-3} = 2.168 * 10^{-3}\upsilon_a + 0.9653 * 10^{-3}\upsilon_b$$

Los datos de áreas se conocen por tablas de tuberías. Ahora se expresan las pérdidas en cada rama.

Rama a:

$$h_{L,a} = \left[f_a \frac{L}{D} + 2 f_{T,a} \frac{L_e}{D_{Valv.comp.}} \right] \frac{\upsilon_a^2}{2g} \tag{2}$$

Rama b:

$$h_{L,b} = \left[f_b \frac{L}{D} + f_{T,b} \left(2 \frac{L_e}{D_{codo}} + \frac{L_e}{D_{Valv.globo}} \right) \right] \frac{\upsilon_b^2}{2g} \tag{3}$$

De estas ecuaciones se conocen los f_T, los *Le/D*, las *L* y los *D* de cada rama. Obviamente, g es la gravedad terrestre. Pero no se conocen las *u* ni los *f* (porque los *f* dependen de la velocidad). Por teoría se sabe que las pérdidas totales en cada rama son iguales, así:

Igualando las ecuaciones 2 y 3.

$$\left[f_a \frac{L}{D} + 2 f_{T,a} \frac{Le}{D_{Valv.com.}}\right] \frac{\upsilon_a^2}{2g} = \left[f_b \frac{L}{D} + f_{T,b}\left(2\frac{Le}{D_{codo}} + \frac{Le}{D_{Valv.globo}}\right)\right] \frac{\upsilon_b^2}{2g} \qquad (4)$$

Reemplazando datos conocidos y resolviendo lo que se puede:

$$\left[f_a \frac{2}{0.0525} + 2 * 0.019 * 8\right] \frac{\upsilon_a^2}{19.6} = \left[f_b \frac{7}{0.0351} + 0.022(2 * 30 + 340)\right] \frac{\upsilon_b^2}{19.6}$$

$$\left[38.1 f_a + 0.304\right] \frac{\upsilon_a^2}{1} = \left[199.4 f_b + 8.8\right] \frac{\upsilon_b^2}{1} \qquad (5)$$

Con las ecuaciones 1 y 5 tenemos dos ecuaciones con cuatro incógnitas. Este sistema solo se puede resolver iterando. Para empezar, hay que suponer los valores de los coeficientes de fricción teniendo en cuenta que a menor diámetro, mayor será *f*. De forma que una buena aproximación podría ser 0.02 para f_a y 0.023 para f_b. Se recomienda que sean ligeramente mayores al f_T respectivo. De la ecuación 5 se despeja la velocidad en la rama *a* en *función* de la velocidad en la rama *b*. Luego se usa la ecuación 1 para combinar y de ahí despejar la velocidad en la rama *b*. Con la velocidad se halla la velocidad en la rama *a*. Después se calculan los Reynolds en cada rama. Con los Reynolds y la ecuación de Swamee y Jain se calculan los *f* y se comprueba si dan igual a los supuestos. Si no dan igual, se reemplaza en la ecuación 5 estos nuevos valores de *f*. El proceso se repite hasta que los *f* no cambien con respecto al valor anterior. No son necesarias más de dos iteraciones. En la siguiente tabla se muestran los resultados.

Tabla 21. Iteraciones para el problema resuelto de sistema en paralelo

f_a	f_b	υ_a (m/s)	υ_b (m/s)	Re_a	Re_b	$f_{a,\ calculado}$	$f_{b,\ calculado}$
0.02	0.023	2.595	0.7323	133 566	25 199.7	0.02132	0.02763
0.02132	0.02763	2.598	0.7256	133 723	24 969	0.02132	0.02767

No hay cambio significativo entre los valores calculados y los iniciales en la segunda iteración (f_a = 0.02132, f_b = 0.0276); pero si se quisiera ser más exactos con el f_b (varía en la quinta cifra decimal), se volvería a reemplazar su último valor sin cambiar el f_a y se obtendría u_b = 0.7255 *m/s*, apenas un 0.014 % diferente.

Con los datos de velocidad se calcula el caudal en cada rama, así:

$$Q_a = \upsilon_a A_a = 2.598\frac{m}{s} * 2.168 * 10^{-3} m^2 = 5.63 * 10^{-3}\frac{m^3}{s}$$

$$Q_b = \upsilon_b A_b = 0.7256\frac{m}{s} * 0.9653 * 10^{-3} m^2 = 7 * 10^{-4}\frac{m^3}{s}$$

La prueba está en que la suma de los caudales de cada rama debe dar el caudal total que llega al sistema, es decir, se debe verificar la ecuación 1:

$$6.333 * 10^{-3} = 5.63 * 10^{-3} + 7 * 10^{-4}$$

$$6.333 * 10^{-3} = 6.33 * 10^{-3} \text{ (correcto)}$$

Respuesta y análisis

El caudal que fluye por la rama superior es $5.63*10^{-3}$ m^3/s, mientras que el que fluye por la rama inferior es apenas $7*10^{-4}$ m^3/s. Esto es porque en la rama *a* hay menos interferencias en el flujo y el diámetro de la tubería es mayor. Hay menor resistencia al flujo. Por su parte, en la rama *b* hay dos codos, una válvula con mayor pérdida de energía y un menor diámetro de tubería. Entonces el agua o el líquido que sea tiende a fluir más por donde hay menor resistencia.

Ejercicio propuesto

Basado en la figura 38, suponga que el caudal antes y después de las ramas en paralelo es 380 L/min de agua a 20 °C. Las tuberías son iguales en todo; pero ahora no tenga en cuenta las pérdidas de energía por fricción en la rama *a*. Determine el flujo volumétrico en cada rama de este sistema.

Bibliografía

Mott, Robert. (2006). Capítulo 12. En Pablo Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 358-377). México: Pearson Educación.

Guía 13. Bombas

Competencias específicas

- Conocer las características más importantes de una bomba de desplazamiento positivo.
- Interpretar la curva del fabricante para bombas centrífugas.
- Aplicar las leyes de afinidad para bombas centrífugas.
- Seleccionar de manera preliminar la mejor bomba para unos requerimientos de proceso.
- Calcular el NPSHa y compararlo con el NPSHr.
- Conocer diferentes modos de operación de bombas.

Resumen teórico

En todos los casos de transporte de líquidos a nivel industrial se requiere de un elemento impulsor. No se va a usar la gravedad, sino en pequeños casos y donde la topografía del terreno lo permita. Una presión manométrica adicional sobre el depósito del líquido es muy costosa; por eso las bombas son la mejor manera de impulsar y mover el líquido a través de un sistema de tuberías. El ingeniero químico y de petróleos debe estar en capacidad de leer la curva del fabricante de bombas, seleccionar la mejor bomba y calcular sus características más importantes en un punto de operación. El ingeniero mecánico complementará sus estudios con el curso de hidráulica para llegar al diseño de estos equipos.

En este libro de apuntes no se pretende dar una visión en detalle del tema, sino un resumen de los puntos más importantes, enfatizando en las aplicaciones.

Tipos de bombas

Las bombas pueden ser de desplazamiento positivo, cuando manejan un volumen fijo de líquido que se desplaza por el movimiento del impulsor, que puede ser un pistón o un rotor. O cinéticas, cuando el impulsor no desplaza líquido *per se*, sino que le comunica energía suficiente para que este se mueva. Otra diferencia entre estos dos tipos de bombas es que en las de desplazamiento positivo es necesario que primero se llene la cámara de la bomba y luego se permita la salida del líquido, mientras que en las cinéticas hay flujo continuo. En la figura 39 se muestra una bomba cinética típica.

Figura 39. Bombas centrífugas.

Existen otro tipo de bombas, algunas de ellas muy sofisticadas. Por ejemplo las magnéticas, en las que hay un impulsor movido por un rotor magnético que está activado por un eje también magnético. No requiere sellos mecánicos rotantes, lo que permite su uso con sustancias que con otras bombas no se podría, como ácidos, bases fuertes o sustancias con bajo punto de ignición (Tym, 2014).

Características de las bombas de desplazamiento positivo

En la figura 40 se muestra la curva de rendimiento de una bomba de desplazamiento positivo. Se evidencia que aparece una eficiencia volumétrica, que es la relación entre el volumen desplazado y el volumen real o de llenado de la cámara. Lo ideal es que sea alta, aunque siempre habrá retroceso de flujo.

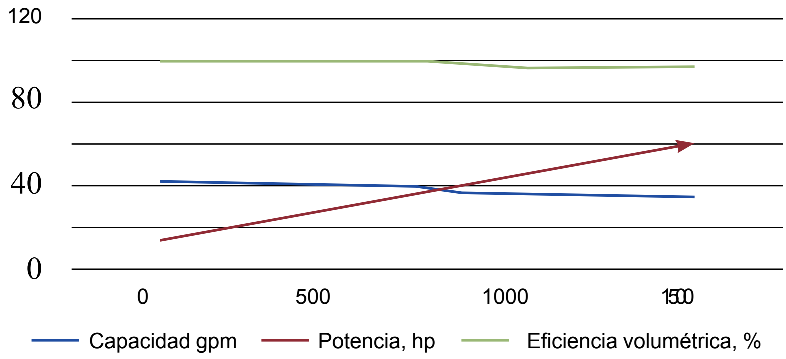


Figura 40. Curvas características de una bomba de desplazamiento positivo tipo rotatoria.

Ejemplos de bombas de desplazamiento positivo: de pistón, de tornillo, de lóbulos, peristálticas, de diafragma, entre otras. En la figura 40 se observa que a mayor presión de salida, menor capacidad de descarga, pero esa disminución no es alta. Se puede considerar constante el caudal de descarga, más teniendo en cuenta las altas presiones que debe vencer. Al aumentar la presión aumenta la potencia consumida por la bomba y disminuye ligeramente la eficiencia volumétrica, pero siempre en valores superiores al 90 % si la bomba está funcionando correctamente. La eficiencia volumétrica se calcula así:

$$\eta_{\text{v}} = \frac{Q_{real}}{Q_{ideal}} * 100\ \%$$

En bombas tipo pistón se habla del *stroke*, carrera o desplazamiento del émbolo. En algunos casos se llama golpeteo al movimiento cíclico de apertura (ingreso del líquido a la cámara de la bomba) y cierre (salida). Este *stroke* se repite varias veces por minuto (frecuencia). Como se conoce la longitud y el diámetro del émbolo que hace ese movimiento o carrera, se calcula así la eficiencia volumétrica en esos casos:

$$\eta_{\text{v}\ pistón} = \frac{Q_{real}}{\left[\frac{\left(\pi D^2 L\right)}{stroke} * \frac{strokes}{min}\right]} * 100\ \%$$

Donde D es diámetro y L es longitud del émbolo. La frecuencia correspondería al número de s*trokes* por minuto. Las unidades del caudal real en la fórmula dependerán de las unidades que se tomen para las dimensiones del émbolo.

Una ventaja grande de las bombas de desplazamiento positivo es que operan con líquidos en un rango alto de viscosidades, desde muy bajas hasta muy altas viscosidades y contra presiones muy altas en ocasiones.

Rendimiento de bombas centrifugas

Las bombas centrífugas son un tipo de las bombas cinéticas en el que la descarga del líquido se da en forma perpendicular a la entrada del mismo a la bomba, es decir, el flujo es radial. Sin embargo, es común que muchos autores apliquen por extensión el nombre de centrífugas a todas las bombas cinéticas. Pero no debe olvidarse que las centrífugas son un tipo de bombas cinéticas.

En cuanto al rendimiento, es decir, a la calidad del servicio que ofrece una bomba centrífuga, cinco factores se deben como mínimo tomarse en cuenta:

- *Capacidad* (Q). Caudal de descarga de la bomba. A mayor capacidad, mayor tamaño de la bomba. En ocasiones una sola bomba no puede manejar un caudal muy alto y entonces se requieren dos o más ubicadas en paralelo.
- *Carga sobre la bomba* (h_a). Se calcula por medio de la ecuación general de la energía (véase guía 8). Representa la energía por peso de fluido que debe agregar la bomba al líquido para vencer diferencias de presión, de velocidad y de altura, más la compensación de las pérdidas de energía inherentes al flujo.
- *Potencia* (P). Potencia consumida por la bomba, no a la agregada. Es decir, P es la misma P_i vista en la guía 8.
- *Eficiencia* (η). Es la misma eficiencia mecánica o eficiencia global de la bomba. Relaciona la potencia agregada al fluido sobre la potencia consumida por la bomba.
- *NPSHr*. Carga (o cabeza) neta positiva de succión requerida por la bomba. Es una medida de la presión mínima que debe existir a la entrada de la bomba para que pueda ingresar el fluido a esta. Depende de la capacidad y la carga. La da el fabricante, que previamente ha ensayado la bomba para encontrar la curva de NPSHr.

Tamaño de una bomba centrífuga

Como se ha mencionado, la capacidad está ligada con el tamaño de la bomba y la velocidad de salida por la ecuación de continuidad. Entre otros factores, se debe escoger la bomba dependiendo de la capacidad a manejar y la velocidad que se requiera a la salida. El diámetro de entrada (o succión) está ligado con las pérdidas de energía en esa línea (antes de la bomba); a su vez, estas pérdidas están ligadas con el cálculo del NPSHa (carga neta positiva de succión disponible en el sistema), que debe ser superior al NPSHr. Ahora, ¿cómo se identifica el tamaño de la bomba? Existe una nomenclatura, así como para otros equipos.

Por ejemplo, el caso de una bomba 2 x 3-5: el 2 corresponde a las pulgadas nominales de la descarga; el 3, a las pulgadas nominales de la succión (que nunca debe ser menor a la descarga o debe ser por lo menos igual), y el 5, al diámetro máximo en pulgadas del impulsor (el signo antes del cinco no es menos sino un guion). Aquí aparece una ventaja mecánica de las bombas centrífugas y, en general, de las cinéticas: se puede cambiar el diámetro del impulsor por uno de menor tamaño si las condiciones del proceso son tales que disminuyen la capacidad o la carga que se debe impulsar. Para esto se apaga la bomba, se abre su carcaza (cuerpo de la bomba) y se cambia el impulsor por el diámetro requerido. De todas maneras, hay leyes que permiten conocer cómo cambia el rendimiento de la bomba al cambiar el diámetro.

El diámetro del impulsor está relacionado con características de operación de la bomba, y estas a su vez influyen en las condiciones de un proceso. Por ejemplo, en la operación de cristalización para obtener cristales con la mejor distribución de tamaños, un factor muy importante es el diseño del impulsor. Al respecto, Rane, Ekambara, Joshi y Ramkrishna (2014) ensayaron tres tipos de impulsores de bombas cinéticas, turbina de cuchilla inclinada (PBT), propulsor y disco turbina (DT), cada uno a tres velocidades de rotación diferentes, y encontraron que los dos primeros producían mayores tamaños de partícula.

Velocidad del impulsor

En una bomba centrífuga el diámetro del impulsor no es lo único que se puede cambiar. También se puede variar su velocidad de rotación, representada por la letra N. Esta velocidad se mide en rpm (revoluciones por minuto); está directamente relacionada con el caudal, la carga que puede impulsar y la potencia que consume la bomba. Se puede modificar fácilmente por medio de un variador de frecuencia que cambia (a voluntad del operario) la frecuencia de corriente eléctrica que ingresa al motor de la bomba, produciendo cambio en la velocidad de giro del impulsor y, por ende, en las demás características de rendimiento de la bomba. Por medio de leyes de afinidad se puede calcular cómo cambia el rendimiento al variar determinadas condiciones (velocidad de rotación y diámetro del impulsor).

Leyes de afinidad de las bombas centrífugas

Modificando el diámetro (D) o la velocidad (N) del impulsor, cambian la capacidad (Q), la carga (h_a) y la potencia consumida (P). De esta manera:

Si varía el diámetro del impulsor (D):

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{D_1}{D_2} \qquad \frac{ha_1}{ha_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \qquad \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3$$

Si varía la velocidad de rotación (N):

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} \qquad \frac{ha_1}{ha_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \qquad \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^3$$

También, si cambia la velocidad de rotación, cambia el NPSHr:

$$(NPSHr)_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 (NPSHr)_1$$

Curvas del fabricante de bombas

La tabla 22 muestra los datos de rendimiento compuesto de una bomba centrífuga 2 x 3-10 a 3500 rpm para los diámetros de mipulsor de 7, 8, 9 y 10 pulgadas. Se observa que la capacidad máxima es 425 gpm para una carga de 310 pies y un diámetro de impulsor de 10 pulgadas (el máximo admisible). El punto de mayor eficiencia (BEP o *best efficiency point*) corresponde aproximadamente a 278 gpm, 385 pies, 50 hp, 9 pies de NPSHr y una eficiencia de 58 % con el diámetro máximo de impulsor.

Tabla 22. Datos de rendimiento para una bomba centrífuga 2 x 3-10 a 3500 rpm

Q, L/min	Diámetros del impulsor											
	10”			9”			8”			7”		
	H, m	P, HP	n, %	H, m	P, HP	n, %	H, m	P, HP	n, %	H, m	P, HP	n, %
0	140	31	15	110	22	10	95	13	7	67	5	5
100	139	32	25	110	23	20	94	14	15	67	8	10
200	138	33	30	109	23	25	92	15	25	66	11	17
300	137	33	35	107	25	30	89	17	35	66	13	27
400	135	33	38	105	26	38	86	18	42	65	14	40
500	133	35	42	102	27	44	83	19	47	63	15	48
600	130	37	47	100	28	50	81	20	52	60	16	53
700	127	40	52	98	30	54	78	22	55	56	17	55
800	125	42	55	95	32	56	75	24	56	52	18	54
900	122	44	56	92	34	57	71	25	55	47	19	52
1000	119	48	58	90	37	58	65	26	54	40	20	47

Nota. Q: Capacidad; H: Carga, P: Potencia; n: eficiencia.

Fuente: Elaboración propia basada en Mott (2006).

Selección del tipo de bomba

Partiendo de criterios básicos es posible tener una idea cercana del tipo de bomba que más conviene para unos requerimientos de proceso. Así, por ejemplo:

- Cargas altas y flujos bajos: bombas reciprocantes.
- Cargas medias y flujos bajos: bombas rotatorias.
- Cargas bajas y flujos bajos: bombas centrífugas de velocidad 3500 rpm.
- Cargas medias y flujos medios: centrífugas de alta velocidad.

– Cargas medias y flujos altos: centrífugas de velocidad 1750 rpm.

– Cargas bajas y flujos altos: flujo axial.

En la tabla 23 se pueden observar mejor esas regiones de selección. Sin embargo, hay algunas condiciones que son reunidas por dos o tres tipos de bombas.

Tabla 23. Pautas básicas para selección de tipo de bombas

	H, m			
Q, m³/h	**3**	**30**	**300**	**3000**
2.3	Centrífugas 3500 rpm, alta velocidad, rotatoria y reciprocante	Centrífugas alta velocidad, rotatoria y reciprocante	Centrífugas alta velocidad, rotatoria y reciprocante	Reciprocante
23	C. 3500 rpm, alta velocidad, rotatoria y reciprocante	Centrífugas alta velocidad, rotatoria y reciprocante	Centrífugas alta velocidad, rotatoria y reciprocante	Reciprocante
230	Centrífuga 3500 rpm, rotatoria	Centrífuga 3500 rpm	Rotatoria	Centrífugas etapas múltiples
2300	Flujo axial, flujo mixto, C. 1750 rpm	Centrífugas 1750 rpm	Centrífugas 1750 rpm	N.A.
23000	Flujo axial, flujo mixto, C. 1750 rpm	Centrífugas 1750 rpm, flujo mixto	Centrífugas 1750 rpm	N.A.

Nota: Q: Capacidad; H: carga.

Fuente: elaborada según datos Mott (2006).

Tipo de flujo en bombas cinéticas

Las siguientes ecuaciones permiten determinar el tipo de flujo más aconsejable para una condición particular de carga y capacidad. Se calculan dos números adimensionales: la velocidad específica y el diámetro específico. Para intervalos de Ns entre 300 y 4000 con Ds entre 0.3 a 4, el flujo es de tipo radial. Para valores de Ns entre 4000 y 7000, el flujo es mixto. Y para valores de Ns superiores a 10 000, el flujo es axial. Hay que tener en cuenta que si el Ns es superior a 7000 y el Ds es superior a 1.5 el tipo de flujo no está definido para una bomba cinética. Asimismo, para Ns inferiores a 4000 y Ds superiores a 4.5 tampoco serviría una bomba cinética.

Velocidad específica

$$N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

Diámetro específico

$$D_s = \frac{NH^{1/4}}{\sqrt{Q}}$$

En las ecuaciones, N es velocidad de rotación en rpm; Q, capacidad en galones por minuto; H, carga en pies, y D, diámetro del impulsor en pulgadas.

NPSH

El fabricante de la bomba muestra en la curva la función de dependencia del NPSHr con respecto a la capacidad y la carga.[20] En el sistema el NPSHa corresponde a la carga neta positiva de succión disponible, es decir, la que el sistema tiene. Este NPSHa debe ser superior al NPSHr en un factor de seguridad. Para un fluido de baja volatilidad la exigencia mínima es:

$$NSPH_a=1.1NPSH_r$$

Cuando el fluido es muy volátil se exige como mínimo un 30 % por encima, es decir:

$$NPSH_a=1.3NPSH_r$$

Para calcular el NPSHa se emplea la siguiente fórmula:

$$NPSH_a = h_{sp} \pm h_s - h_L - h_{vp}$$

Aquí cada término tiene una importancia vital:

h_{sp} es la carga de presión estática. Se calcula así:

$$h_{sp} = \frac{p_{man} + p_{atm}}{\gamma}$$

h_s es la carga de elevación. Es positivo (+) cuando el fluido está por encima de la bomba. Es negativo (-) cuando el fluido está por debajo de la bomba.

h_L es la pérdida de carga en la línea de succión, es decir, hasta la entrada de la bomba. Se calculan con la metodología vista en la guía 8.

h_{vp} es la carga de presión de vapor del líquido. Se calcula así:

$$h_{vp} = \frac{p_{vapor}}{\gamma}$$

[20] Al final de la guía se encuentra el enlace para descargar la hoja de cálculo que le permitirá hacer ejercicios de determinación de NPSHa.

Problemas resueltos

Problema 1

¿Cuánto varían la capacidad total, la carga agregada y la potencia consumida por una bomba centrífuga si disminuye la velocidad del impulsor en un 25 %?

Solución

Si dice que la N disminuye en un 25 % significa que N_2 es un 25 % menos que N_1, o sea, que vale el 75 % de lo que valía inicialmente N_1. Entonces, se aplica las leyes de afinidad, despejadas para la condición 2, es decir, final:

$$Q_2 = Q_1\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = Q_1\left(\frac{0.75N_1}{N_1}\right) = 0.75\ Q_1$$

$$h_{a_2} = h_{a_1}\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 = h_{a_1}\left(\frac{0.75N_1}{N_1}\right)^2 = 0.5625\ h_{a_1}$$

$$P_{i_2} = P_{i_1}\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^3 = P_{i_1}\left(\frac{0.75N_1}{N_1}\right)^2 = 0.4219\ P_{i_1}$$

Respuesta

Al disminuir la velocidad del impulsor en un 25 %, disminuye la capacidad entregada en un 25 %, la carga agregada en un 43.75 % y la potencia consumida en un 57.81 %, con respecto a los valores originales de rendimiento.

Problema 2

En un tanque a presión manométrica de vacío, de 20 kPa, se almacena agua a 20 °C. La superficie del agua en el tanque está 5 m por encima de la entrada de la bomba. La tubería de la línea de succión mide 15 m y es de acero cédula 40 de 1 ½ pulgadas nominales de diámetro. La entrada del tanque a la tubería es proyectada, hay dos codos estándar de 90° y una válvula de globo completamente abierta en esa línea de succión. Calcule la NPSHa del sistema, en m, si el caudal es 100 L/min. (La presión atmosférica es 100.5 kPa)

Solución

Teniendo en cuenta la fórmula para NPSHa:

$$NPSH_A = h_{sp} \pm h_s - h_L - h_{vp}$$

Lo primero es hallar la presión de vapor del fluido, en este caso agua, a la temperatura del sistema, 2.34 kPa[21]. Asimismo, se buscan el diámetro interno, el área y la rugosidad de la tubería.

Ahora, el cálculo de cada ítem:

$$h_{sp} = \frac{p_{man} + p_{atm}}{\gamma} = \frac{(-20 + 100.5)\,kPa}{9.8\,{}^{kN}\!/_{m^3}} = 8.21\ m$$

$$h_s = +5\ m$$

$$h_{vp} = \frac{p_{vapor}}{\gamma} = \frac{2.34\,kPa}{9.8\,{}^{kN}\!/_{m^3}} = 0.24\ m$$

$$h_L = \left\{ f\frac{L}{D} + k_{ent\ proy} + f_T \left[2\left(\frac{Le}{D}\right)_{Codo\ est\ 90°} + \left(\frac{Le}{D}\right)_{Valv\ globo} \right] \right\} \left(\frac{u^2}{2g}\right)$$

En este caso, la velocidad es:

$$u = \frac{Q}{A} = \frac{\left(\frac{100}{60\ 000}\right) {}^{m^3}\!/_{s}}{0.00131\ m^2} = 1.27\, m/s$$

Ahora el Reynolds:

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{998 * 1.27 * 0.0409}{0.00102} = 50\ \ 823$$

Como es régimen turbulento se aplica la ecuación de Swamme y Jain, pero antes hay que hallar la rugosidad relativa:

$$k = \frac{\in}{D} = \frac{4.6 * 10^{-5}\, m}{0.0409\ m} = 1.125 * 10^{-3}$$

21 Datos tomados de http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/qui/pvh2o.pdf.

El factor de fricción:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{k}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2} = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{1.125*10^{-3}}{3.7} + \frac{5.74}{50823^{0.9}}\right)\right]^2} = 0.024486$$

La longitud (L) es 15 m; D es 0.0409 m; K de la entrada proyectada es 1; f_T es 0.021; (Le/D) de los codos es 30, y el de la válvula es 340. Entonces, reemplazando todo en la ecuación de las pérdidas:

$$h_L = \left\{0.02449\frac{15}{0.0409} + 1 + 0.021\left[2(30) + 340\right]\right\}\left(\frac{1.27^2}{19.6}\right)m = 1.51\ m$$

Y finalmente, se reemplazan los cuatro sumandos, en la ecuación de NPSHa:

$$NPSH_a = (8.21 + 5 - 1.51 - 0.24)\ m = 11.5\ m$$

Respuesta

El sistema en las condiciones del enunciado cuenta con una carga neta positiva de succión a la entrada de la bomba de 11.5 m. Este es un valor suficiente para la mayoría de las condiciones de operación con bomba centrífuga. A medida que aumente la temperatura, manteniendo los demás términos constantes, este valor disminuirá porque la presión de vapor del agua (como de cualquier líquido) aumentará. Este ejercicio se verificó con la hoja de cálculo elaborada por el autor.

Problema 3

Se desea operar una bomba a 3500 rpm con un impulsor de 10 pulgadas de diámetro para impulsar 5000 gpm de agua a 500 pies de carga. Emita una recomendación sobre el tipo de flujo que se debe manejar en este caso.

Solución

En este caso se trata de emplear las ecuaciones para calcular la velocidad y el diámetro específico. Con base en esos números se determina el tipo de flujo recomendado.

$$N_S = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = \frac{3500\sqrt{5000}}{500^{0.75}} = 2341$$

$$D_S = \frac{DH^{1/4}}{\sqrt{Q}} = \frac{10*500^{0.25}}{\sqrt{500}} = 0.67$$

Teniendo en cuenta lo dicho en la guía, se recomienda un flujo radial para esta bomba (N_s menores a 7000 y D_s entre 0.3 y 1.5)

Problemas propuestos

1. Teniendo en cuenta la figura 41, determine cómo cambian la capacidad, la carga y la potencia al freno (B. H. P.) cuando se pasa de 5" a 7.5" de diámetro de impulsor. Sugerencia: seleccione un punto de carga y capacidad para el diámetro menor, vaya en diagonal hacia el punto de máxima eficiencia y lea el rendimiento en el corte con la curva de diámetro 7 ½".
2. Compare los resultados gráficos con los resultados obtenidos al aplicar las leyes de afinidad. Evalúe el porcentaje de error.
3. Seleccione la bomba más adecuada para una carga de 1000 pies y una capacidad de 500 gpm.
4. Seleccione el tipo de flujo de una bomba cinética con diámetro de impulsor 10 pulgadas y velocidad 3500 rpm, que opera contra una carga de 2000 pies e impulsa 100 gpm.
5. Calcule el NPSHa de un sistema con los siguientes datos: 20 m de pérdidas de energía en la línea de succión; el nivel de líquido está 12 m por encima de la entrada de la bomba; el tanque de almacenamiento del líquido a presión de 100 kPa está abierto; la carga de presión de vapor de ese líquido a la temperatura del sistema es 2 m, y el peso específico es de 10 kN/m^3.

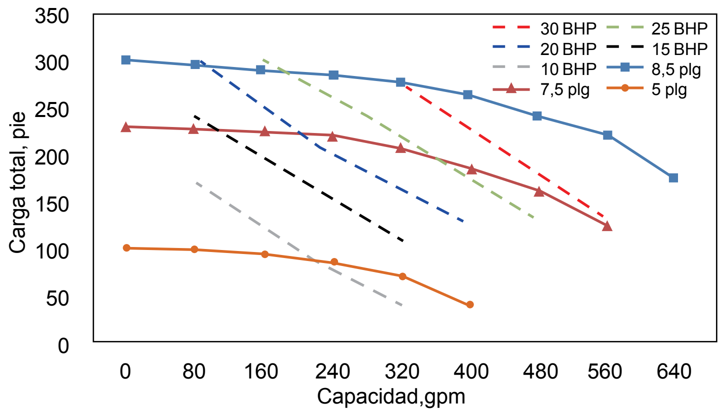


Figura 41. Curva de la bomba para problemas propuestos.

Fuente: elaboración propia basada en datos de Mott.

6. La presión de vapor del etanol a 35 °C es 100 mmHg y su densidad relativa es 0.789. Suponga que una bomba debe succionar etanol de un tanque cuyo nivel está 2 m por debajo de la entrada de la bomba. La línea de succión mide 3 m y es de acero cédula 40 de 2 pulgadas de diámetro nominal. Existe una entrada recta, una válvula de compuerta completamente abierta y dos codos estándar de 90°. La presión manométrica sobre el tanque es 50 kPa y la presión atmosférica es 99 kPa. Calcule el NPSHa.

Bibliografía

Mott, Robert. (2006). Capítulo 13. En P. Guerrero (Ed.), *Mecánica de fluidos* (6ª edición, pp. 382-430). México: Pearson Educación.

Cengel, Yunus, y Cimbala, John. (2006). Capítulo 14. En *Mecánica de Fluidos. Fundamentos y aplicaciones* (3ª edición, pp. 735-777). México: McGraw Hill.

Franzini, Joseph, y Finnemore, John. (1999). Capítulo 15. En *Mecánica de fluidos con aplicaciones en ingeniería* (9ª edición). Nueva York: McGraw – Hill.

Potter, Merle, y Wigger, David. (2003). Capítulo 12. En *Mecánica de fluidos* (3ª edición, pp. 529-543). México: Ediciones Paraninfo.

Rane, Chinmay, Ekambara, Kalekudithi, Joshi, Jyeshtharaj, y Ramkrishna, Doraiswami. (2014). Effect of impeller design and power consumption on crystal size distribution. *AIChE Journal*, *60*(10), 3596-3612

Sandoval, Juan [Juan Sandoval]. (24 de mayo de 2016). Ejercicio de NPSHa con hoja de cálculo [archivo de video]. Recuperado de https://youtu.be/Co8b81cYYDU

Tym, Richard. (2014). Magnetically driven pumps: an overview. *Chemical engineering*, *121*(9), 56-60.

Todoproductividad. (2000). Seleccionando una bomba centrífuga eficiente (blog) Recuperado de http://todoproductividad.blogspot.com.co/2011/01/seleccionando-una-bomba-centrifuga.html#more

White, Frank. (2004). Capítulo 11. En Silvia Figueras (Ed.), *Mecánica de fluidos* (5ª edición, pp. 725-734). Madrid: McGraw Hill.

Respuestas de los ejercicios seleccionados

Guía 1. Sistemas de unidades

1. a) 0.743 J; b) 39.15 gpm

Solución detallada

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V = 1\frac{kg}{L} * 1\ L = 1\ kg$$

$$E_k = \frac{mu^2}{2} = \frac{1\ kg\left(4\frac{ft}{s} * \frac{1\ m}{3.2802\ ft}\right)^2}{2} = 0.7435\ J$$

$$A = \frac{\pi}{4}D^2 = \frac{\pi}{4}\left(2\ in * \frac{0.0254\ m}{1\ in}\right)^2 = 0.00203\ m^2$$

$$Q = Au =$$

$$0.00203\ m^2 * \left(4\frac{ft}{s} * \frac{1\ m}{3.2802\ ft}\right) = 0.00247\frac{m^3}{s} * \frac{1000\ L}{1\ m^3} * \frac{1\ gal}{3.785 L}$$

$$0.653\frac{gal}{s} * \frac{60 s}{1\ min} = 39.15\, gal/min$$

2. 434.8 kg /m^3 o 27.15 *lbm/pie*^{3}

Solución detallada

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi (0.035m)^2\, 0.09m}{3} = 1.15 * 10^{-4}\, m^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{(170-20)g}{1.15 * 10^{-4}\, m^3} = * \frac{1kg}{1000g} = 434.8\frac{kg}{m^3}$$

$$\rho = 434.8\frac{kg}{m^3} * \frac{2.204 lbm}{1kg} * \frac{1m^3}{35.29 pie^3} = 27.15\frac{lbm}{pie^3}$$

Guía 2. Propiedades de los fluidos

1. 0.99 m^3: (-) 1 %

Solución detallada

$$\beta = -\frac{\Delta p}{\left(\Delta V / V\right)}$$

$$\rightarrow \left(\Delta V / V\right) = -\frac{\Delta p}{\beta} = -\frac{25\,MPa}{2500\,MPa} = -0.01$$

$$\Delta V = -0.01 * 1m^3 = -0.01m^3$$

$$\%\left(\Delta V / V\right) = -0.01 * 100\ \% = -1\ \%$$

$$V_2 = \Delta V + V_1 = -0.01 + 1 = 0.99\ m^3$$

2. -1.5 mm

Solución detallada

$$h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma D} = \frac{4 * 0.47\frac{N}{m} * \cos 130^{o}}{13.6 * 9800\frac{N}{m^3} * 0.006\ m} = \frac{4 * 0.47(-0.643)}{799.68}m = 0.00151\ m$$

3. 134 586.14 kg; 1318.9 kN

Solución detallada

$$\rho V = m$$

$$m = 0.7 * 0.68 * 1000\frac{kg}{m^3} * \pi * (6m)^2 * \frac{10m}{4} = 134\ \ 586.14kg$$

$$W = mg = 134\ \ 586.14kg * kg * 9.8\frac{m}{s^2} = 1\ \ 318\ \ 944.2N = 1318.94kN$$

4. 1.22 kg/m^3; 11.96 N

Solución detallada:

$$\rho = \frac{PM}{RT} = \frac{101\ 325\ Pa * 28.9\frac{g}{mol} * \frac{1\ kg}{1000\ g}}{8.314\frac{Pa * m^3}{mol * K} * 288.15\ K} = 1.22\ \ kg/m^3$$

$$\gamma = \rho g = 1.22\frac{kg}{m^3} * 9.8\frac{m}{s^2} = 11.96N$$

5. 1.4 N/m

Solución detallada

$$h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma D} \rightarrow \sigma = \frac{h\gamma D}{4\cos\theta}$$

$$\sigma = \frac{0.5\ m * 920 * 9.8\frac{N}{m^3} * 0.012\ m}{4 * \cos\ 15^{\circ}} = 1.4\ \ N/m$$

6. 0.25 Pa * s

Solución detallada

$$\tau = -\mu\frac{du}{dy} \rightarrow \mu = \frac{25\ Pa}{100\ s^{-1}} = 0.25\ Pa \cdot s$$

7. 50 MPa

Solución detallada

$$\beta = -\frac{\Delta p}{\left(\Delta V / V\right)}$$

$$\beta = -\frac{100\ 000 Pa}{\left(-\frac{0.02}{100}\right)} = 50\ 000\ 000 Pa = 50 MPa$$

8. 2.4 E-5 Pa * s, 240 Poises; 24000 cp

Solución detallada

$$u = \nu\rho = 3*10^2\,St*\frac{\frac{1*10^{-4}m^2}{s}}{2\;St}*800\frac{kg}{m^3} = 24\,Pa*s$$

En poises: 24 * 10 = 240 Poises
En centipoises: 240 * 100 = 24000 centipoises

9. 4 E-3 Pa * s = 0.04 Poises = 4 cp

Solución detallada

$$\tau = -\mu\frac{du}{dy} \rightarrow$$

$$2\,Pa = \mu\frac{0.25\,m/s}{0.0005\,m} \rightarrow \mu = \frac{2*0.0005\,Pa}{0.25\,s^{-1}} = 0.004\,Pa*s$$

En poises: 0.004 * 10 = 0.04 Poises
En centipoises: 0.04 * 100 = 4 centipoises

10. 303.15 K; -73.15 °C; 609.7 °R; 755.67 °R

Guía 3. Análisis y semejanza dimensional

Análisis dimensional

1. $h = \frac{u^2}{g}$ o $u = \sqrt{gh}$

Donde h: altura; u: velocidad; g: aceleración de la gravedad.

2. $F_c = \frac{mr}{w^2}$

Donde Fc: fuerza centrífuga; m: masa; r: radio de giro; w: velocidad angular.

3. $We = \frac{\rho u^2 l}{\sigma}$

Solución detallada

Partiendo de la definición que da el enunciado

$$We = \frac{Fuerzas\ inerciales}{Fuerzas\ de\ tensión\ superficial}$$

$$We = \frac{ma}{\sigma l} = \frac{\rho Va}{\sigma l} = \frac{\rho V\left(\frac{u}{t}\right)}{\sigma l} = \frac{\rho Alu}{\sigma lt} = \frac{plu^2}{\sigma}$$

Semejanza dimensional

1. $u_m = 200\ mi/h$

Solución detallada

$$Re_m = Re_p \rightarrow \frac{uD_m}{v_m} = \frac{uD_p}{v_p}$$

Como las viscosidades cinemáticas son iguales porque es el mismo medio, entonces:

$$u_m D_m = u_p D_p$$

Y se tiene el factor de escala.

$$\frac{D_m}{D_p} = \frac{1}{20}$$

Entonces

$$u_m = u_p\left(\frac{D_p}{D_m}\right) = 10\frac{mi}{h}\left(\frac{20}{1}\right) = 200\,mi/h$$

2. $u_p = 0.4\ m/s$; $F_p = 0.36\ N$
3. Diámetro de la tubería de aceite: 0.835 m

Guía 4. Concepto, medida y aplicaciones de la presión

1. 0.1788 bar de vacío; 134.134 mmHg de vacío; 259 psig de vacío; -0.1764 atm
2. 24.7 kPa
3. 25 kN/m^3
4. 11.2 m
5. 147.06 mmHg
6. 59.8 kPa

7. 68.6 cm
8. 0.68
9. 2.058 kPa
10. El flujo va de A hacia B porque la diferencia de presiones es positiva

Guía 5. Fuerzas hidrostáticas sobre superficies sumergidas

1. 73 890.3 N
2. 1.95 m
3. 48.8 N
4. 6468 N
5. 905.5 N

Guía 6. Flotabilidad de cuerpos sumergidos en fluidos

1. 200 N hacia arriba, porque el cuerpo es más denso que el agua.
2. 2250 N hacia abajo, porque el cuerpo es menos denso que la glicerina.
3. 25 %, es decir, el restante porcentaje.

Guía 7. Ecuación de continuidad y ecuación de Bernoulli

Factores de conversión de unidades

a) 0.00668, b) 0.002083, c) 33008.8, d) 23.5 E-6, e) 1.0227

Tasas de flujo de fluido

a) 75 kg/s, 735 N/s, b) 7.48 E-7, c) 451.6, d) 8.98 h, e) 0.2429

Ecuación de continuidad

a) 3.09 pie, b) 26.4, c) 0.471, d) 0.375, e) 0.05

Bernoulli

a) 4, b) 2055.7, c) 0.24, d) Sí, e) 1.4 (incompresible)

Guía 8. Ecuación general de energía aplicada a un fluido

1. 142.1
2. 14.210
3. 20.3
4. 2.352
5. 2523.2

Guía 9. Pérdidas primarias de energía

1. 58.8
2. 2.71
3. 4.55
4. No se puede con la misma fórmula del *a* porque es régimen turbulento. El resultado es 2 m.

Guía 10. Pérdidas secundarias de energía

1. 7.012
2. 68.72
3. Las pérdidas de energía se reducirían en un 87 %, aproximadamente.
4. 4.42
5. 11.74 m

Guía 11. Sistemas de tuberías en serie

1. 7.012
2. 2 ½”. El resultado es una presión positiva en la salida de 45.4 kPa, aproximadamente.
3. 145 335

Juan Andrés Sandoval Herrera

Ingeniero químico egresado de la Universidad Industrial de Santander (2001). Realizó estudios de especialización en Gestión de Residuos Sólidos en la Universidad Internacional de Andalucía (2002). Magíster en Formulación y Tecnología de Producto, con énfasis en formulación de mezclas asfálticas con polímeros reciclados y residuos de caucho, de la Universidad de Huelva (2007). Es docente investigador de la Fundación Universidad de América de las asignaturas de Mecánica de Fluidos y Balance de Materia. Dirige el grupo de investigación Medio Ambiente y Hábitat y los semilleros Valorización de Residuos Sólidos y Control de Producción de Agua en la Industria del Petróleo. Actualmente realiza investigaciones en las áreas de biotecnología, microalgas, gestión de residuos y manejo de aguas de la industria del petróleo. Entre sus publicaciones se encuentran los artículos "Diseño de un fotobiorreactor *airlift* a escala banco" (2014), "Propuesta de diseño de un sistema continuo para un fotobiorreactor *airlift* a escala laboratorio" (2017), "Revisión de artículos sobre floculación de microalgas" (2017) y "Escalamiento de un fotobiorreactor a nivel piloto para producir biomasa microalgal" (2017).