Matemáticas Financieras

Aplicaciones en Ingeniería, Administración y Economía

Matemáticas Financieras

Aplicaciones en Ingeniería, Administración y Economía

(Incluye ejemplos compatibles con los objetivos de desarrollo sostenible)

Roberto Alfonso Montenegro Robles

Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas
Fundación Universidad de América

Publicaciones
Universidad de América

Bogotá D. C., Colombia, 2020

Catalogación en la publicación – Fundación Universidad de América

Montenegro Robles, Roberto Alfonso
Matemáticas Financieras: Aplicaciones en Ingeniería, Administración y Economía. Incluye ejemplos compatibles con los objetivos de desarrollo sostenible / Roberto Alfonso Montenegro Robles. – Bogotá, D.C. Fundación Universidad de América, 2021.
i-vi, 125 páginas: figuras, tablas.
Bibliografía p.125.

Versión preprint.

CDD M777

Título: Matemáticas Financieras.
Aplicaciones en Ingeniería, Administración y Economía.
Incluye ejemplos compatibles con los objetivos de desarrollo sostenible.

Versión preprint, 2021

Dirección de Investigaciones
www.uamerica.edu.co
Eco Campus de Los Cerros:
Avda Circunvalar N° 20-53 - Bogotá DC., Colombia
Teléfono: (+571) 3 37 6680
Correo electrónico: coordinador.editorial@uamerica.edu.co

Libro electrónico publicado a través de la plataforma
Open Monograph Press.
Edición en formato PDF.

Cuerpo Directivo

Fundación
Universidad de América
Código SNIES 1715

To my parents

Prólogo

El objetivo de este texto es analizar los principales temas de matemática financiera, utilizando una metodología de ejercicios aplicados en ingeniería (Química, Industrial, Mecánica y de Petróleos), Administración y Economía, analizados a fondo. En algunos apartados se presenta un enfoque matematico, con el fin que el lector comprenda el proceso y pueda tener un soporte más allá de la simple obtención de resultados por medio del uso de calculadoras.

El autor el Economista, con Maestría en Economía y Doctorado en Dirección de Proyectos, ha desempeñado cargos en el sector público como gestor empresarial, referente de productividad e interventor técnico y en el sector privado como econometrista, desarrollador de modelos de optimización y docente en varias universidades.

Content

List of Figures

List of Tables

Introducción

Las matemáticas financieras, implican comprender operaciones financieras, en el sentido de plantear, ejecutar cálculos numéricos, interpretar información e indicadores financieros en contexto para tomar decisiones.

El objetivo de este texto es analizar los principales temas de matemática financiera, utilizando una metodología de ejercicios aplicados en ingeniería (Química, Industrial, Mecánica), Administración y Economía, analizados a fondo.

En algunos apartados se presenta un enfoque matemático, con el fin que el lector comprenda el proceso y pueda tener un soporte más allá de la simple obtención de resultados por medio del uso de calculadoras.

En la primera parte se analiza el interés simple y compuesto, abarcando las posibles variaciones mediante ejemplos. En la segunda parte se abarca la equivalencia de tasas desde una perspectiva matemática más robusta sin perder la sencillez, y el desarrollo metodológico, asimismo utilizando ejemplos aplicados.

Más adelante, en la tercera parte se abarca el concepto de la equivalencia financiera en el tiempo desarrollando una de las principales aplicaciones como lo es las ecuaciones de valor, introduciendo el concepto de fecha focal. Posterirmente, en la cuerta sección se aborda el concepto de la anualidad una de las modalidades más utilizadas en el mercado financiero para pagar o ahorrar esto mediante la aplicación a ejercicios prácticos para cualquier público. En el cuarto apartado se detalla un poco más los pagos uniformes pero haciendo énfasis en los que crecen de forma lineal o exponencial especialmente en valor presente.

En la parte final se aborda el análisis de los indicadores de bondad financiera: valor presente neto (VPN); tasa interna de retorno (TIR) y relación beneficio - costo (RB/C) y el costo anual uniforme equivalente (CAUE), herramientas útiles para comparar y analizar proyectos de inversión.

Palabras clave Matemática financiera, Toma de decisiones, Interés simple, Interés compuesto, Anualidad, Gradientes, Indicadores de bondad financiera Valor presente neto, Tasa interna de retorno Relación beneficio costo.

Interés simple

En finanzas con el objetivo de comprender la lógica, los principios e introducir al lector en los principales conceptos y procesos, se comienza el análisis por el interés simple. Definición 1: El término interés se usa en las finanzas y está vinculado al valor; la utilidad y la ganancia. Baca Urbina (1998).

- El interés es el beneficio que se obtiene de una inversión.
- Por decirlo de otra forma, hace referencia al lucro que produce el capital.

El interés puede conocerse (hallarse) a través de una serie de cálculos y operaciones.

Ejemplo 1 Se invierten hoy 100.000 en una entidad que paga un interés del 5% Efectivo Mensual (EM) ¿Cuánto recibo al final del 36 meses?

$$\begin{aligned} f &= p\,(1 + in) \\ f &= 100.000\,(1 + 0,05\ EM\ *\ 36\ meses) \\ f &= 280.000 \end{aligned} \tag{1}$$

Si se invierten hoy 100.000 en una entidad que paga un interés del 5% Efectivo Mensual (EM) al final del 36 meses se reciben 280.000.

Ejemplo 2, Laura pide prestado en un banco la suma de 10.000 pesos a 5 años, el banco cobra una tasa de interés del 5% anual, calcular al final de los 5 años

1. ¿Cuánto adeuda Laura al banco al final de los 5 años ?
2. ¿Cuánto gana el banco (*rentabilidad*) por prestar este capital en 5 años?

$$\begin{aligned} f &= p\,(1 + in) \\ f &= 10.000\,(1 + 0,05\ *\ 5\ aos) \\ f &= 12.500 \end{aligned} \tag{2}$$

La forma como se van capitalizando (generando) los intereses se puede ver en la sigiente tabla, para esto vamos a suponer que Laura no hace abonos a la deuda, por lo tanto, durante los 5 años va a deber los 10.000 que pidió prestados inicialmente., cada año se causan intereses.

Table 1

Interés simple

Año	Capital (debe)	Tasa de Interés	Interés	Suma: Interés + Capital
año 1	10.000	0,05	500	10.500
año 2	10.000	0,05	500	11.000
año 3	10.000	0,05	500	11.500
año 4	10.000	0,05	500	12.000
año 5	10.000	0,05	500	12.500
Suma			**2.500**	

En la fila correspondiente al año 1 tenemos: Laura debe 10.000, como el interés es del 5% se generan 500 de intereses ($10.000 * 5\% = 500$), al final del año 1 laura adeuda al banco 10.500.

Para calcular los intereses del año 2, tomamos como base los 10.000 que el banco prestó, y dado que el interés pactado es del 5% se generan 500 de intereses ($10.000 * 5\% = 500$); al final del año 2 Laura adeuda al banco 10.000 de capital más 500 de intereses del año 1, más 500 de intereses del año 2 para un total de 11.000. De esta forma se procede para calcular los demás intereses de esta tabla hasta el año 5.

Con base a la anterior tabla, se puede establecer:

1. ¿Cuánto adeuda Laura al banco al final de los 5 años ?
   - Al final de los 5 años, Laura le adeuda al banco la suma de 12.500, que corresponde al capital (10.000) más los intereses (2.500)
2. ¿Cuánto gana el banco (*rentabilidad*) por prestar este capital en 5 años?
   - Al final de los 5 años, el banco recupera el capital (10.000) y recibe como ganancia o beneficio los intereses (2.500)

Notación:

A continuación se presenta la notación que permitirá simplificar la escritura por medio de ecuaciones

Notación
p = valor presente f = valor futuro; monto; valor final; valor nominal. i = tasa de interés del periodo n = número de periodos

La tasa de interés (i) hace referencia a la rentabilidad que se paga por el uso del dinero en determinado periodo de tiempo, toda entidad financiera (bancos) cobra un porcentaje por el dinero (ó capital) que presta a sus usuarios (clientes), esta ganancia periódica (interés) varía entre cada banco. La tasa de interés (i) se expresará teniendo en cuenta:

$$
\begin{gathered}
\underbrace{24\%}_{Tasa}\ \underbrace{anual}_{Plazo}\ \underbrace{capitalizable\ mes\ vencido}_{Momento\ del\ pago} \\
\underbrace{24\%\ Nominal\ Mensual\ (NM)\ \ Efectivo\ Anual\ (EA)} \\
\frac{24\%}{\underbrace{12\ meses}_{Lo\ divido\ en\ los\ meses\ del\ ao}} = 2\% \\
\underbrace{2\%}_{Tasa}\ \underbrace{mensual}_{Plazo}\ \underbrace{capitalizable\ mes\ vencido}_{Momento\ del\ pago} \\
\frac{2\%}{\underbrace{100}_{para\ expresarlo\ como\ decimal}} = 0,02 \\
\underbrace{0,02}_{Tasa}\ \underbrace{mensual}_{Plazo}\ \underbrace{capitalizable\ mes\ vencido}_{Momento\ del\ pago} \\
\underbrace{0,02\ Efectivo\ Mensual} \\
\underbrace{0,02\ EM}_{En\ adelante\ se\ utilizar\ esta\ denominacin}
\end{gathered} \tag{3}
$$

Periodo (n) hace alusión al tiempo que toda operación financiera lleva implícito, el cual transcurre entre la fecha inicial y la fecha pactada como final, los periodos más usuales son:

Expresiones algebraicas o ecuaciones:

Table 2

Periodos

Periodo	**en el año**	**representacion**
Mensual	12 Meses	M
Bimestral	6 Bimestres	B
Trimestral	4 Trimestres	T
Semestral	2 Semestres	S
Año	1 Año	N ó EA

Una forma simplificada de trabajar en ingenieria economica es por medio de ecuaciones, las cuales permiten simplificar la escritura por medio de ecuaciones, y generalizar las expresiones

Vamos a hallar el valor presente (p)

$$\boxed{f = p\,(1 + in)} \tag{4}$$

$$\tag{5}$$

Ahora vamos a hallar el valor futuro (f) para esto despejamos

$$\begin{aligned} f &= p\,(1 + in) \\ \frac{f}{(1 + in)} &= p \\ p &= \frac{f}{(1 + in)} \end{aligned} \tag{6}$$

$$\boxed{p = \frac{f}{(1 + in)}} \tag{7}$$

Ahora vamos a hallar el periodo de tiempo (n) para esto despejamos

$$\begin{aligned} f &= p\,(1 + in) \\ \frac{f}{p} &= (1 + in) \\ (1 + in) &= \frac{f}{p} \\ 1 + in &= \frac{f}{p} \\ in &= \frac{f}{p} - 1 \\ n &= \frac{\left(\frac{f}{p}\right) - 1}{i} \end{aligned} \tag{8}$$

$$\boxed{n = \frac{\left(\frac{f}{p}\right) - 1}{i}} \tag{9}$$

Ahora vamos a hallar la tasa de inter(i) para esto despejamos

$$\begin{aligned} f &= p\,(1 + in) \\ \frac{f}{p} &= (1 + in) \\ (1 + in) &= \frac{f}{p} \\ 1 + in &= \frac{f}{p} \\ in &= \frac{f}{p} - 1 \\ i &= \frac{\left(\frac{f}{p}\right) - 1}{n} \end{aligned} \tag{10}$$

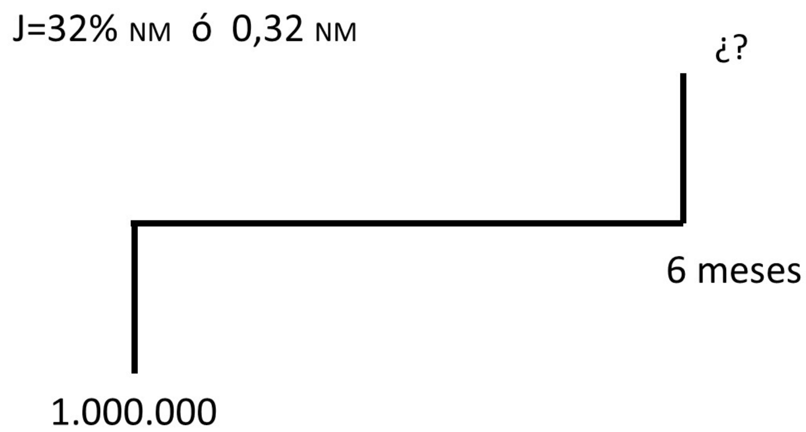
$$\boxed{i = \frac{\left(\frac{f}{p}\right) - 1}{n}} \tag{11}$$

Ejercicios de interés simple

- **Ejemplo 1**

Por interés simple, Isabella deposita 1.000.000 a 6 meses en un banco que paga el 32% NM. Establecer el valor futuro al vencimiento

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned} F &= ¿? \\ P &= 1.000.000 \\ J &= 32\% NM \\ i &= \frac{32\% NM}{12\, meses} \\ i &= 0.0266\ EM \\ n &= 6\ meses \end{aligned} \tag{12}$$

Paso 3. Reemplazamos los valores en la ecuaci valor futuro en interés simple

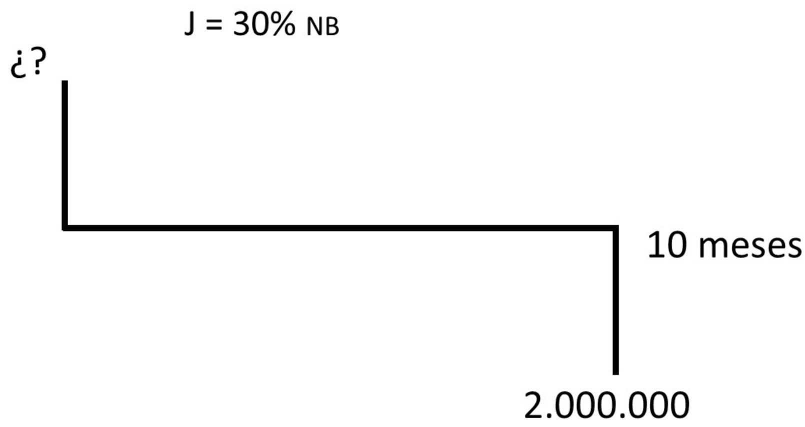
$$\begin{aligned} F &= P\,(1 + i * n) \\ F &= 1.000.000\,(1 + 0.0266\ EM * 6\ meses) \\ F &= 1.160.000 \end{aligned} \tag{13}$$

Paso 4. Analizamos los resultados Por interés simple, si Isabella deposita 1.000.000 a 6 meses en un banco que paga el 32% NM., al cabo de 6 meses recibirá 1.160.000, de los cuales 1.000.000 corresponden al capital y 160.000 ganados por intereses.

- **Ejemplo 2**

Por interés simple, Camila debe pagar en 10 meses 2.000.000 ¿cuánto dinero debe depositar hoy en un banco que paga el 30% NB?

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$F = 2.000.000$$
$$P = ¿?$$
$$J = 30\% NB$$
$$i = \frac{30\% NB}{6\ Bimestres} \quad (14)$$
$$i = 0.05\ EB$$
$$n = 10\ meses$$

Dado que la tasa está expresada en bimestres, debo llevar los meses a bimestres, por medio de una regla de tres

$$1\ bimestre = 2\ meses$$
$$x\ bimestre = 10\ meses \quad (15)$$
$$x = 5\ bimestres$$

Paso 3. Utilizamos la expresión de valor presente para interés simple

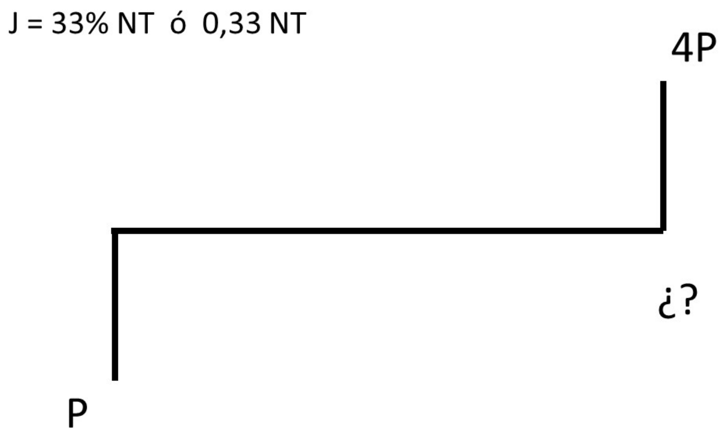
$$P = \frac{f}{(1 + i * n)}$$
$$P = \frac{2.000.000}{(1 + 0.05\ EB * 5\ bimestres)} \quad (16)$$
$$P = 1.600.000$$

Paso 4. Analizamos los resultados
Por interés simple, Si Camila debe pagar en 10 meses 2.000.000, debe depositar hoy 1.600.000 si el banco que paga el 30% NB

- **Ejemplo 3**

Por interés simple, ¿en cuanto tiempo se cuaduplica un capital si se paga una tasa del 33% NT?

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned} F &= 4P \\ P &= P \\ J &= 33\%NT \\ i &= \frac{33\%NT}{4\,Trimestres} \\ i &= 0.0825\ ET \\ n &= ¿? \end{aligned} \tag{17}$$

Paso 3. Utilizamos la expresión de cálculo de n por interés simple

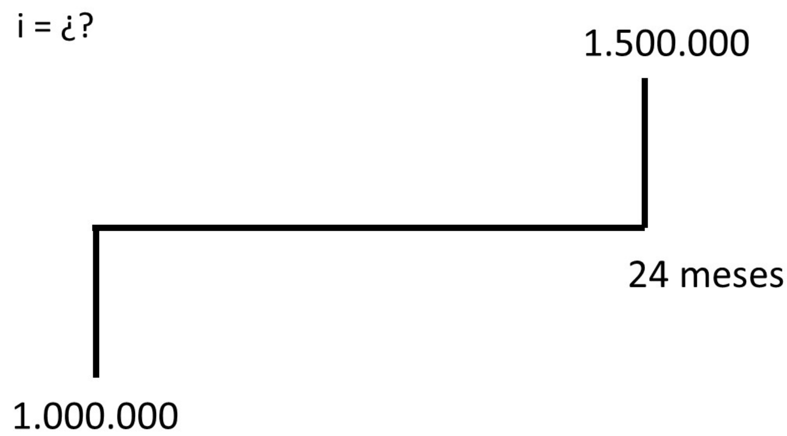
$$\begin{aligned} n &= \frac{\left(\frac{f}{p}\right) - 1}{i} \\ n &= \frac{\left(\frac{4P}{P}\right) - 1}{0.0825\ ET} \\ n &= 36,36\ Trimestres \end{aligned} \tag{18}$$

Paso 4. Analizamos los resultados
Por interés simple, si se paga interés del 33 % NT un capital se cuadruplica en 36 trimestres.

- **Ejemplo 4**

Por interés simple, ¿A que tasa de interés 1.000.000 se convierte en 1.500.000 en 24 meses?

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned} F &= 1.500.000 \\ P &= 1.000.000 \\ J &= \\ i &= ¿? \\ n &= 24\ meses \end{aligned} \tag{19}$$

Paso 3. Utilizamos la expresión de cálculo de n por interés simple

$$\begin{aligned} i &= \frac{\left(\frac{f}{p}\right) - 1}{n} \\ i &= \frac{\left(\frac{1.500.000}{1.000.000}\right) - 1}{24\ meses} \\ i &= 0,0208\ EM \end{aligned} \tag{20}$$

Paso 4. Analizamos los resultados
Por interés simple, a una tasa de interés del 0,0208 EM, 1.000.000 se convierte en 1.500.000 en 24 meses.

Clases de interés simple

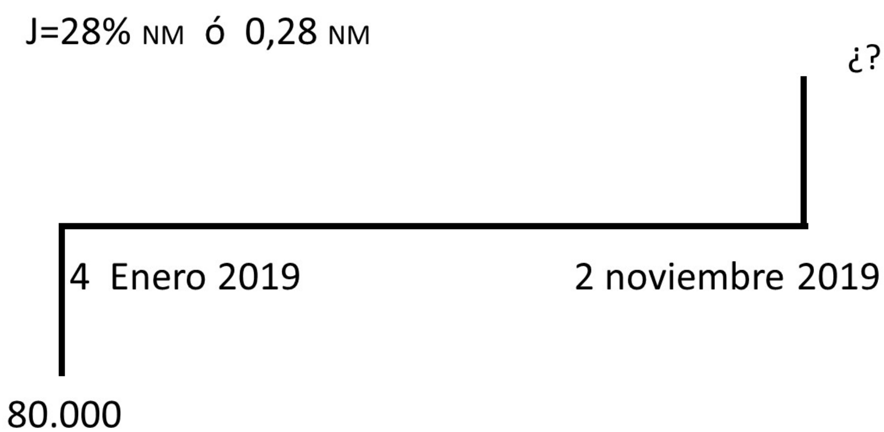
Calculo del tiempo cuando el periodo es inferior a un año

Tipos de interés
Interés Ordinario
360 = interés bancario
360 = interés comercial
Interés Exacto
366 = con año bisiesto
365 = sin año bisiesto

- **Ejemplo 5**

Por interés simple e interés **bancario**, calcular el valor futuro (VF) de 80.000 desde el 4 de enero de 2019, hasta el 2 de noviembre del mismo año, si la tasa pactada es del 28% EA.

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned} F &= ¿? \\ P &= 80.000 \\ J &= 28\%\ EA \\ i &= \text{No aplica} \\ n &= \text{para hallar el periodo debemos analizar si es un año bisiesto} \end{aligned} \tag{21}$$

Paso 2.1. se recomienda expresar la tasa en decimales

$$\begin{aligned} J &= 28\%\ EA \\ J &= \frac{28}{100} \\ J &= 0,28\ EA \end{aligned} \tag{22}$$

Paso 2.2. Se establece si ese año es bisiesto o no: El 2019 no es bisiesto

Paso 2.3. Se calculan los días usando la Tabla 1, del Anexo 1 para este caso tendríamos:

$$\begin{aligned} \text{2 noviembre 2019} &= \text{día 43.771} \\ \text{4 enero 2019} &= \text{día 43.469} \\ &= 43.771 - 43.469 \\ &= 302 \text{ días} \end{aligned} \tag{23}$$

Paso 2.4. Se tiene en cuenta el periodo de capitalización, en este caso se estipuló interés bancario, por lo tanto tendríamos:

$$= \frac{302\ das}{360} \tag{24}$$

4. Utilizando la expresión para calcular el valor futuro en interés simple tendremos:

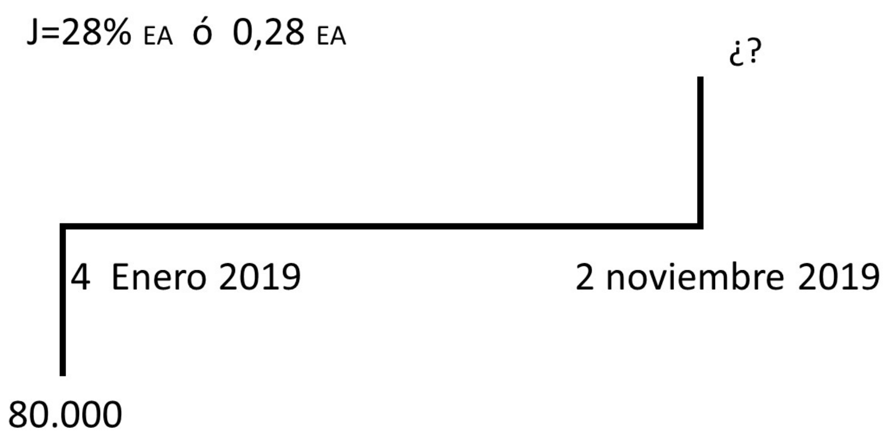
$$\begin{aligned}
f &= p\,(1 + i * n)\\
f &= 80.000\left(1 + 0,28\ EA * \tfrac{302}{360}\right)\\
f &= 98.791
\end{aligned} \tag{25}$$

Paso 4. Analizamos los resultados:
Por interés simple e interés bancario, el valor futuro (VF) de 80.000 desde el 4 de enero de 2019, hasta el 2 de noviembre del mismo año, si la tasa pactada es del 28% EA es de 98.791.

- **Ejemplo 6**

Por interés simple e interés **exacto** (tambien conocido como: **racional** o **verdadero**), calcular el valor futuro (VF) de 80.000 desde el 4 de enero de 2019, hasta el 2 de noviembre del mismo año, si la tasa pactada es del 28% EA.

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned}
F &= ¿?\\
P &= 80.000\\
J &= 28\%\ EA\\
i &= \text{No aplica}\\
n &= \text{para hallar el periodo debemos analizar si es un año bisiesto}
\end{aligned} \tag{26}$$

Paso 2.1. se recomienda expresar la tasa en decimales

$$\begin{aligned}
J &= 28\%\ EA\\
J &= \frac{28}{100}\\
J &= 0,28\ EA
\end{aligned} \tag{27}$$

Paso 2.2. Se establece si ese año es bisiesto o no: El 2019 no es bisiesto

Paso 2.3. Se calculan los días usando la Tabla 1, del Anexo 1 para este caso tendríamos:

$$\begin{aligned} \text{2 noviembre 2019} &= \text{día 43.771} \\ \text{4 enero 2019} &= \text{día 43.469} \\ &= \text{43.771 - 43.469} \\ &= \text{302 días} \end{aligned} \tag{28}$$

Paso 2.4. Se tiene en cuenta el periodo de capitalización, en este caso se estipuló interés bancario, por lo tanto tendríamos:

$$= \frac{302\ das}{365} \tag{29}$$

4. Utilizando la expresión para calcular el valor futuro en interés simple tendremos:

$$\begin{aligned} f &= p\,(1 + i * n) \\ f &= 80.000\left(1 + 0,28\ EA * \tfrac{302}{365}\right) \\ f &= 98.534 \end{aligned} \tag{30}$$

Paso 4. Analizamos los resultados:
Por interés simple e interés bancario, el valor futuro (VF) de 80.000 desde el 4 de enero de 2019, hasta el 2 de noviembre del mismo año, si la tasa pactada es del 28% EA es de 98.534.

Interés compuesto

El interés compuesto representa la acumulación de intereses que se han generado en un período determinado por un capital inicial (CI) o principal a una tasa de interés (r) durante (n) periodos, de modo que los intereses que se obtienen al final de cada periodo de inversión no se retiran sino que se re-invierten o añaden al capital inicial, es decir, se capitalizan. Blank et al. (1991)

Es aquel interés que se cobra por un crédito y al ser liquidado se acumula al capital (Capitalización del interés), por lo que en la siguiente liquidación de intereses, el interés anterior forma parte del capital o base del cálculo del nuevo interés.

Debemos tener en cuenta que el interés simple produce un determinado interés durante un periodo de tiempo que puede se puede pagar en diferentes periodos de tiempo.

El interés compuesto el capital también va produciendo un determinado interés durante durante un periodo de tiempo, pero este interés va aumentando el capital inicial, por lo que al final del periodo se produce más interés que el simple.

Como podemos observar en la siguiente imagen un capital de $ 10.000 a una tasa de interés anual del 5 % en 5 años a interés simple obtendremos $ 2.500 y a un interés compuesto $ 2.763

Table 3

Interés simple

Mes	Capital	Tasa de Interés	interés	Suma: Interés + Capital
1	10.000	0,05	500	10.500
2	10.000	0,05	500	11.000
3	10.000	0,05	500	11.500
4	10.000	0,05	500	12.000
5	10.000	0,05	500	12.500

Total intereses en 5 meses $2.500
Total capital más intereses en 5 meses $12.500

Table 4

Interés compuesto

Mes	Capital	Tasa de Interés	interés	Suma: Interés + Capital
1	10.000	0,05	500	10.500
2	10.500	0,05	525	11.025
3	11.025	0,05	551,25	11.576
4	11.576	0,05	578,8125	12.155
5	12.155	0,05	607,7531	12.763

En la fila correspondiente al año 1 tenemos: Laura debe 10.000, como el interés es del 5% se generan 500 de intereses ($10.000 * 5\% = 500$), al final del año 1 laura adeuda al banco 10.500.

No obstante, en interés compuesto, para calcular los intereses del año 2, primero: tomamos como base un nuevo capital formado los 10.000 que el banco prestó más el interés pactado es del 5% se generan 500 de intereses ($10.000 * 5\% = 500$); es decir la nueva base para calcular los intereses es de 10.500.

Segundo: a la base de 10.500 le calculamos el interés del 5% ($10.500 * 5\% = 525$) por lo tanto, al final del año 2 Laura adeuda al banco la nueva base 10.500 de capital más 525 de intereses del año 1, para un total de 11.025. De esta forma se procede para calcular los demás intereses de esta tabla hasta el año 5.

Total intereses en 5 meses $2.763
Total capital más intereses en 5 meses $12.763

Notación
p = valor presente
f = valor futuro
i = tasa de interés del periodo
n = número de periodos

La expresión para hallar el valor futuro

$$\boxed{f = p\,(1 + i)^n} \tag{31}$$

Ahora vamos a hallar el valor presente (p) para esto despejamos

$$\begin{aligned} f &= p\,(1 + i)^n \\ \frac{f}{(1 + i)^n} &= p \\ p &= \frac{f}{(1 + i)^n} \end{aligned} \tag{32}$$

$$\boxed{p = \frac{f}{(1 + i)^n}} \tag{33}$$

Ahora vamos a hallar el periodo de tiempo (n) para esto despejamos

$$\begin{aligned} f &= p\,(1+i)^n \\ \frac{f}{p} &= (1+i)^n \\ (1+i)^n &= \frac{f}{p} \\ n log\,[(1+i)] &= log\left[\frac{f}{p}\right] \\ n &= \frac{log\left[\frac{f}{p}\right]}{log\,(1+i)} \end{aligned} \tag{34}$$

$$\boxed{n = \frac{log\left[\frac{f}{p}\right]}{log\,(1+i)}} \tag{35}$$

Ahora vamos a hallar la tasa de interés (i) para esto despejamos

$$\begin{aligned} f &= p\,(1+i)^n \\ \frac{f}{p} &= (1+i)^n \\ (1+i)^n &= \frac{f}{p} \\ \sqrt[n]{(1+i)^n} &= \sqrt[n]{\frac{f}{p}} \\ (1+i) &= \sqrt[n]{\frac{f}{p}} \\ i &= \sqrt[n]{\frac{f}{p}} - 1 \end{aligned} \tag{36}$$

$$\boxed{i = \sqrt[n]{\frac{f}{p}} - 1} \tag{37}$$

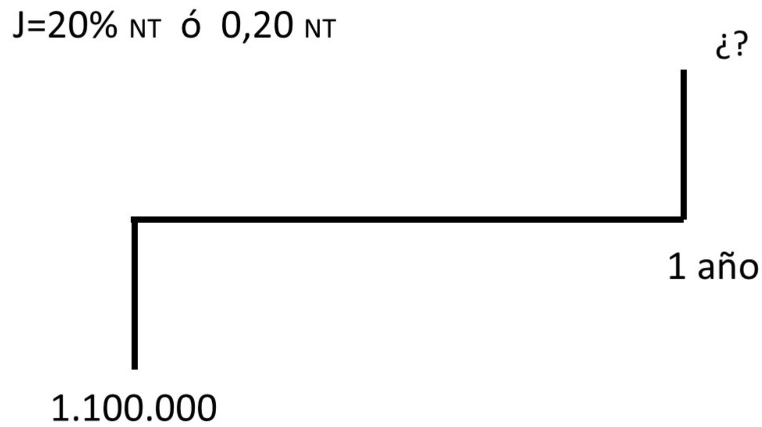
Ejercicios de interés compuesto

- **Ejemplo 7**

Por interés compuesto,

La Sra. Paulina deposita 1.100.000 en un Banco, el cual reconoce una tasa de interés del nominal (J) 20% anual con capitalización trimestral. ¿Cuál serél valor ahorrado al finalizar el primer año?

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned} F &= ¿? \\ P &= 1.000.000 \\ J &= 20\%NT \\ i &= \frac{20\%NT}{4\ Trimestres} \\ i &= 0.05\ ET \\ n &= 1\ ao = 4Trimestres \end{aligned} \tag{38}$$

Dado que la tasa está expresada en trimestres, debo llevar los meses del año a trimestres, por medio de una regla de tres

$$\begin{aligned} 3\ meses &= 1\ Trimestre \\ 12\ meses &= X\ Trimestres \\ x &= 4\ Trimestres \end{aligned} \tag{39}$$

Paso 3. Reemplazamos los valores en la ecuación de valor futuro en interés compuesto

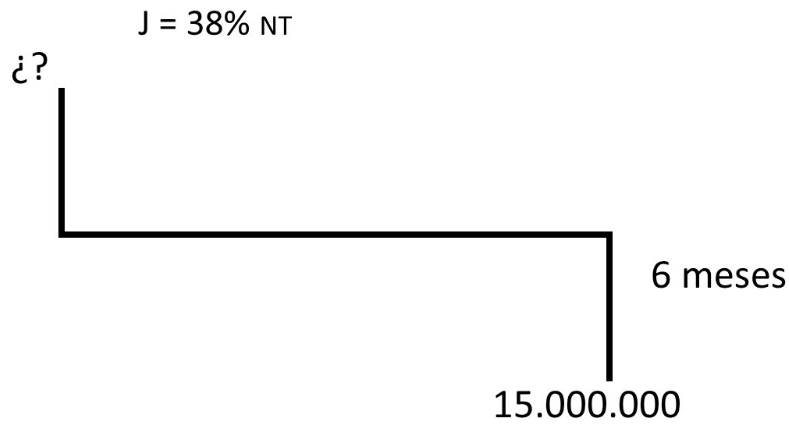
$$\begin{aligned} F &= P(1+i)^n \\ F &= 1.100.000\,(1+0.05\ ET)^{4\ Trimestres} \\ F &= 1.337.057 \end{aligned} \tag{40}$$

Paso 4. Analizamos los resultados Si Sra. Paulina deposita 1.100.000 a 1 año en un banco que paga el 20% NT., al cabo de 1 año recibirá 1.337.057, de los cuales 1.100.000 corresponden al capital y 237.057 ganados por intereses.

- **Ejemplo 8**

La Sra. Tatiana necesita disponer de 15.000.000 dentro de 6 meses para el pago de la matrícula de su hijo. Si el banco le ofrece el 38% anual (N) con capitalización trimestral (T) ¿Cuánto deberá depositar hoy para lograr su objetivo?

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned} F &= 15.000.000 \\ P &= ¿? \\ J &= 38\% NT \\ i &= \frac{38\% NT}{4\ Trimestres} \\ i &= 0,095\ ET \\ n &= 6\ meses = 2\ Trimestres \end{aligned} \tag{41}$$

Dado que la tasa está expresada en trimestres, debo llevar los meses del año a trimestres, por medio de una regla de tres

$$\begin{aligned} 3\ meses &= 1\ Trimestre \\ 6\ meses &= X\ Trimestres \\ x &= 2\ Trimestres \end{aligned} \tag{42}$$

Paso 3. Utilizamos la expresión de valor presente para interés compuesto

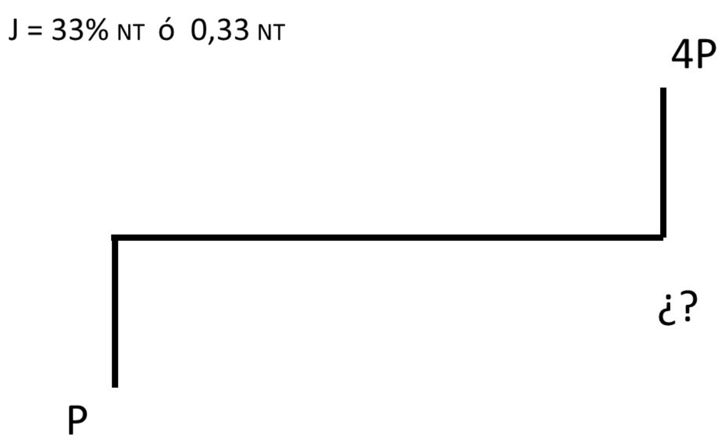
$$\begin{aligned} P &= \frac{f}{(1+i)^n} \\ P &= \frac{15.000.000}{(1+0,095\ ET)^{2\ Trimestres}} \\ P &= 12.510.165 \end{aligned} \tag{43}$$

Paso 4. Analizamos los resultados
Por interés compuesto, Si Sra. Tatiana debe pagar en 6 meses 15.000.000, debe depositar hoy 12.510.165 si el banco que paga el 38% NT

- **Ejemplo 9**

Por interés compuesto, ¿en cuanto tiempo se cuaduplica un capital si se paga una tasa del 33% NT?

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned} F &= 4P \\ P &= P \\ J &= 33\% NT \\ i &= \frac{33\% NT}{4\, Trimestres} \\ i &= 0.0825\ ET \\ n &= ¿? \end{aligned} \tag{44}$$

Paso 3. Utilizamos la expresión de cálculo de n por interés compuesto

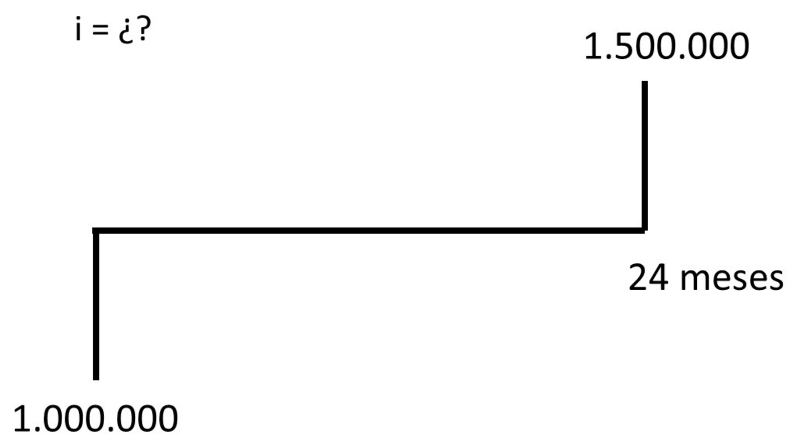
$$\begin{aligned} n &= \frac{Log\left(\frac{F}{P}\right)}{Log\,(1+i)} \\ n &= \frac{Log\left(\frac{4P}{P}\right)}{Log\,(1+0.0825\ ET)} \\ n &= 17\ Trimestres \end{aligned} \tag{45}$$

Paso 4. Analizamos los resultados
Por interés compuesto, si se paga interés del 33 % NT un capital se cuadruplica en 17 Trimestres.

- **Ejemplo 10**

Por interés compuesto, ¿A que tasa de interés 1.000.000 se convierte en 1.500.000 en 24 meses?

Paso 1. Graficamos el problema



Paso 2. Planteamos el problema

$$\begin{aligned} F &= 1.500.000 \\ P &= 1.000.000 \\ J &= \\ i &= ¿? \\ n &= 24\ meses \end{aligned} \tag{46}$$

Paso 3. Utilizamos la expresión de cálculo de n por interés compuesto

$$\begin{aligned} i &= \sqrt[n]{\frac{f}{p}} - 1 \\ i &= \sqrt[24\ meses]{\frac{1.500.000}{1.000.000}} - 1 \\ i &= 0,017037897\ EM \end{aligned} \tag{47}$$

Paso 4. Analizamos los resultados

Por interés compuesto, a una tasa de interés del 0,017037897 EM, 1.000.000 se convierte en 1.500.000 en 24 meses.

Tasa efectiva y tasa nominal

Esta sección está basada en Baca (2005) y Mora and Cárdenas (2010)
i = Tasa del periodo, la definimos como tasa efectiva

- Si $i = 2\%\ mensual$, esto significa que el periodo se pagará (capitalizará) el 2 % cada mes, y se puede denominar $i = 2\%EM$
- Si $i = 6\%\ trimestral$, esto significa que el periodo se pagará (capitalizará) el 6 % cada trimestre, y se puede denominar $i = 6\%ET$
- Si $i = 12\%\ Anual$, esto significa que el periodo se pagará (capitalizará) el 12 % al año, y se puede denominar $J = 12\%\ EA$

J = Tasa nominal o del año

Si $i = 2\%\ mensual$, y como un año tiene 12 meses, significa que en el año se pagará el 24 %, pero, mensualmente se liquidan los intereses, lo cuál se puede representar :

- por $J = 24\%\ NM$ (Nominal Mensual),
- otra forma de representarlo es $J = 24\%\ MV$ lo que indica que por todo el año se paga el 24 % pero cada mes vencido se va liquidando.

Si $i = 3\%\ trimestral$, y como un año tiene 4 trimestres, significa que en el año se pagará el 12 %, pero, de forma trimestral se liquidan los intereses, lo cuál se puede representar :

- por $J = 12\%\ NT$ (Nominal Trimestral),
- otra forma de representarlo es $J = 12\%\ TV$ lo que indica que por todo el año se paga el 12 % pero cada trimestre vencido se va liquidando.

De lo anterior podemos ver que:

$$\boxed{J = in} \tag{48}$$

(donde n representa los periodos) o desde la perspetiva del interés efectivo

$$\boxed{i = \frac{J}{n}} \tag{49}$$

- **Ejemplo**

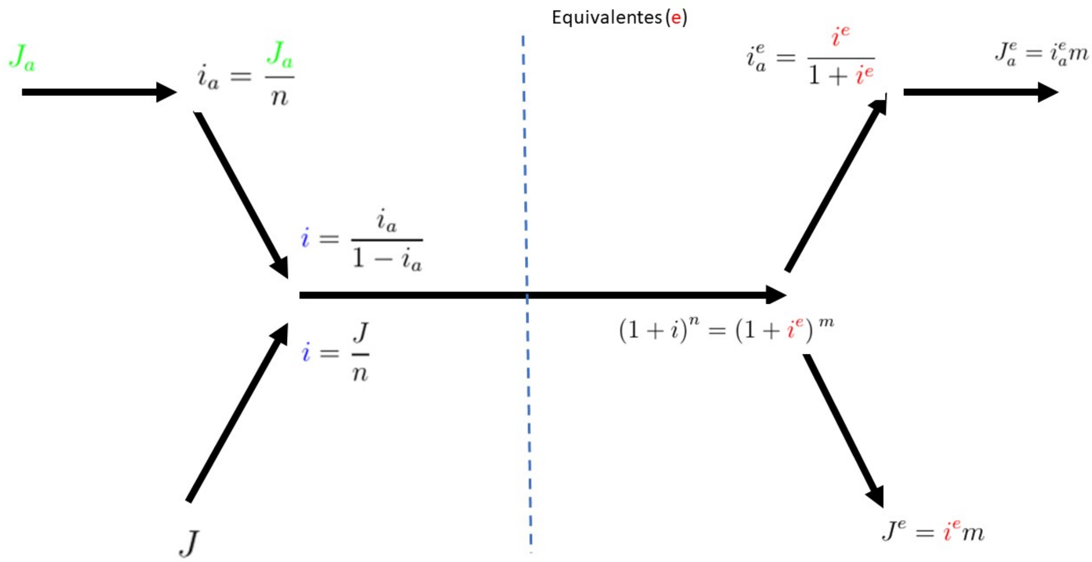
Se tiene una tasa del 3,5 % EM

$$\begin{aligned} i &= 3,5\%\ EM \\ i &= 3,5\% * 12\ meses \\ J &= 42\%\ NA \end{aligned} \tag{50}$$

Equivalencia de tasas

Tasas equivalentes son aquellas que teniendo diferente efectividad producen el mismo monto al final de un año.

Notación
i = tasa vencida
i_a = *tasa anticipada*
J = tasa nominal vencida
J_a = *tasa nominal anticipada*



El el gráfico 1 se puede observar dos regiones divididas por una línea punteada, el lado izquierdo correponde a la tasa inicial y el lado derecho la tasa que se busca o tasa equivalente.

ejemplos de cálculo de equivalencia de tasas

Tasas equivalentes son aquellas que teniendo diferente efectividad producen el mismo monto al final de un año.

- **Ejemplo 1**

Se tiene una tasa del $J_a = 38\%\ NTa$ hallar una tasa $J^e =\ NS$ equivalente. ruta de solucion :

Paso 1: Se parte de una tasa nominal trimestral anticipada (NTa)

$$J_a = 0,38\ NTa \tag{51}$$

Paso 2: Se transforma a una tasa efectiva trimestral anticipada (ETa)

$$\begin{aligned} i_a &= \frac{J_a}{n} \\ i_a &= \frac{0,38\ NTa}{4T} \\ i_a &= 0,095\ ETa \end{aligned} \tag{52}$$

Paso 3: Posteriormente se halla una tasa efectiva trimestral (ET)

$$\begin{aligned} i &= \frac{i_a}{1 - i_a} \\ i &= \frac{0,095\ ETa}{1 - 0,095\ ETa} \\ i &= 0,105\ ET \end{aligned} \tag{53}$$

Paso 4: Más adelante se halla una tasa efectiva semestral equivalente (ES)

$$\begin{aligned}(1+i)^n &= (1+i^e)^m\\ (1+0,105)^4 &= (1+i^e)^2\\ \sqrt[2]{(1+i^e)^2} &= \sqrt[2]{(1+0,105)^4}\\ (1+i^e)^2 &= (1+0,105)^4\\ i^e &= (1+x)^2-1\\ i^e &= 0,221\ ES\end{aligned} \tag{54}$$

Paso 5: Finalmente se calcula la tasa nominal semestal (NS)

$$\begin{aligned}J^e &= i^e m\\ J^e &= 0,221\ ES * 2\ Semestres\\ J^e &= 0,442\ NS\end{aligned} \tag{55}$$

- **Ejemplo 2**

Ejercicio 6 Dado el 28% NT hallar una tasa equivalente NS

Paso 1: Se parte de una tasa nominal trimestral (NT)

$$J = 0,28\ NT \tag{56}$$

Paso 2: Se transforma a una tasa efectiva trimestral (ET)

$$\begin{aligned}J &= 0,28\ NT\\ i &= \frac{J}{n}\\ i &= \frac{0,28\ NT}{4T}\\ i &= 0,07\ ET\end{aligned} \tag{57}$$

Paso 3: Más adelante se halla una tasa efectiva semestral equivalente (ES)

$$\begin{aligned}(1+i)^n &= (1+i^e)^m\\ (1+0,07\ ET)^{4T} &= (1+i^e)^{2\ Semestres}\\ \sqrt[2]{(1+0,07\ ET)^{4T}} &= \sqrt[2]{(1+i^e)^{2\ Semestres}}\\ \sqrt[2]{(1+0,07\ ET)^{4T}} &= (1+i^e)\\ \sqrt[2]{(1+0,07\ ET)^{4T}}-1 &= i^e\\ i^e &= \sqrt[2]{(1+0,07\ ET)^{4T}}-1\\ i^e &= (1+0,07\ ET)^{\frac{4T}{2}}-1\\ i^e &= 0,1449 ES\end{aligned} \tag{58}$$

Paso 4: Finalmente se calcula la tasa nominal semestal (NS)

$$\begin{aligned}J^e &= i^e * Semestres\ ao\\ J^e &= 0,1449\ ES * 2\ Semestres\\ J^e &= 0,2898\ NS\end{aligned} \tag{59}$$

– **Ejemplo 3**

Ejercicio 7 Dado el 26% NTa hallar una tasa equivalente NMa

Paso 1: Se parte de una tasa nominal trimestral anticipada (NTa)

$$J_a = 26\%\ NTa \tag{60}$$

Paso 2: Se transforma a una tasa efectiva trimestral anticipada (ETa)

$$\begin{aligned} J_a &= 26\%\ NTa \\ i_a &= \frac{J_a}{n} \\ i_a &= \frac{26\%\ NTa}{4\ T} \\ i_a &= 0,065\ ETa \end{aligned} \tag{61}$$

Paso 3: Posteriormente se halla una tasa efectiva trimestral (ET)

$$\begin{aligned} i &= \frac{i_a}{1 - i_a} \\ i &= \frac{0,065\ ETa}{1 - 0,065\ ETa} \\ i &= 0,0695187166\ ET \end{aligned} \tag{62}$$

Paso 4: Más adelante se halla una tasa efectiva mensual equivalente (EM)

$$\begin{aligned} (1+i)^n &= (1+i^e)^m \\ (1+0,0695187166\ ET)^{4\ Trimestres} &= (1+i^e)^{12\ Meses} \\ \sqrt[12]{(1+0,0695187166\ ET)^{4\ Trimestres}} &= \sqrt[12]{(1+i^e)^{12\ Meses}} \\ \sqrt[12]{(1+0,0695187166\ ET)^{4\ Trimestres}} &= (1+i^e) \\ \sqrt[12]{(1+0,0695187166\ ET)^{4\ Trimestres}} - 1 &= i^e \\ i^e &= \sqrt[12]{(1+0,0695187166\ ET)^{4\ Trimestres}} - 1 \\ i^e &= 0,0227\ EM \end{aligned} \tag{63}$$

Paso 5: Se calcula la tasa efectiva mensual anticipada (NMa)

$$\begin{aligned} i_a^e &= \frac{i^e}{1+i^e} \\ i_a^e &= \frac{0,0227\ EM}{1+0,0227\ EM} \\ i_a^e &= 0,0222\ EMa \end{aligned} \tag{64}$$

Paso 6: Finalmente se calcula la tasa nominal mensual anticipada (NMa)

$$\begin{aligned} J_a^e &= i_a^e * Meses\ ao \\ J_a^e &= 0,0222\ EMa * 12\ Meses \\ J_a^e &= 0,2658\ NMa \end{aligned} \tag{65}$$

Ejercicios de práctica

Dado una J 0,3 NS Hallar una **NT** equivalente

Respuesta: 0,2895 **NT**

Dado una J 0,28 NMa Hallar una **NTa** equivalente

Respuesta: 0,2735 **NTa**

Dado una J 0,25 NS Hallar una **Aa** equivalente

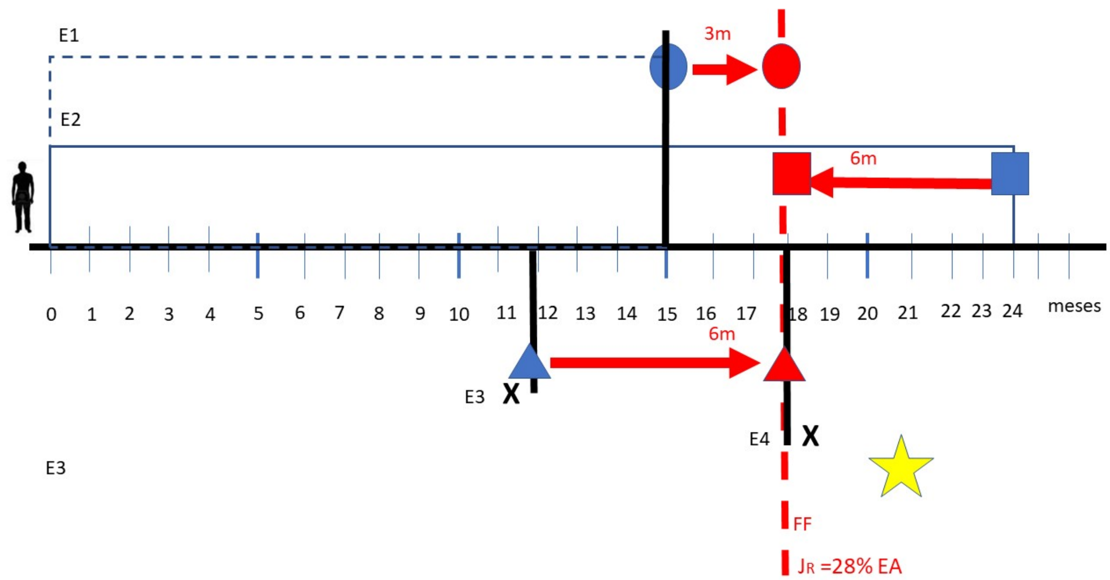
Respuesta: 0,209976 **EAa**

Ecuaciones de valor

Esta sección está basada en Baca (2005), asimismo en Blank et al. (1991) y Fornasari and Berbery (2006). Debido a la incertidumbre, en el mundo empresarial y de los negocios es muy común para hacerle frente a situaciones inesperadas, el tener que cambiar una o varias obligaciones por otras nuevas, partiendo del principio que la suma de los ingresos debe ser igual a la suma de los egresos en la fecha focal (ff)

Ejemplo 1. La gerencia de una compañia desea analizar la posibilidad de reestructurar dos deudas representadas en dos créditos ante un banco respaldados con dos pagaré: el primero por 160.000.000 con vencimiento a 4 meses, con unos intereses del 28% efectivo anual; el segundo un pagaré por 150.000.000 con vencimiento a 8 meses con unos intereses del 30% efectivo anual. La gerencia de la compañia quiere reestructurar la deuda, y plantea al Banco la siguiente propuesta, dar hoy 50.000.000, y el resto en 12 meses.

Pregunta 1. Para analizar la alternativa, las partes acuerdan una fecha focal (FF) en el mes 12 y una tasa de reestructuraci$_R$=34% EA ¿cuál será el valor de dicho pago?



Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- E_1
  - p: 160.000.000
  - n: con vencimiento a 4 meses
  - J: con un interés 28 % efectivo anual
- E_2
  - p: 150.000.000
  - n: con vencimiento a 8 meses
  - J: con un interés 30 % efectivo anual

Reestructuración

- E_3
  - p: 50.000.000
  - n: hoy
  - J: sin interés
- E_4
  - p: el resto, mediante un pago **X**
  - n: en el mes 12

Tasa de reestructuración

- J_R: Tasa de reestructuración 34 % efectivo anual
- Fecha Focal (FF): en el mes 12

Paso 2. Plantear las ecuaciones de valor

$$\begin{aligned} E_1 &= 160.000.000\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{4\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,34\ EA}{12\ meses}\right)^{8\ meses}\right]} \\ E_1 &= 219.411.696 \end{aligned} \tag{66}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= 150.000.000\left(1+\frac{0,30\ EA}{12\ meses}\right)^{8\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,34\ EA}{12\ meses}\right)^{4\ meses}\right]} \\ E_2 &= 204.370.325 \end{aligned} \tag{67}$$

Reestructuración

$$\begin{aligned} E_3 &= 50.000.000\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,34\ EA}{12\ meses}\right)^{12\ meses}\right]} \\ E_3 &= 69.916.064 \end{aligned} \tag{68}$$

$$E_4 = X \tag{69}$$

Paso 3. Despejar la incognita

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= E_3 + E_4 \\ E_1 + E_2 &= E_3 + X \\ X &= E_1 + E_2 - E_3 \\ X &= 353.865.958 \end{aligned} \tag{70}$$

Análisis de los resultados Según esta propuesta, evaluada en la fecha focal, para saldar las deudas que traía la compañía, el gerente puede dar 69.916.064 el día de hoy (valor que se translada al equivalente en la fecha focal) y el saldo, mendiante un pago de 353.865.958 (valor que se translada al equivalente en la fecha focal) en el mes 12, y con esto puede saldar la deuda de la compañía.

Ejemplo 2. Como plan de expansi una compañía, se adquirieron dos créditos ante un banco, respaldados con dos pagaré: Uno por 120.000.000 con vencimiento a 12 meses, más unos intereses del 20% efectivo anual; otro pagaré por 150.000.000 con vencimiento a 26 meses, más intereses del 36% efectivo anual. El gerente de la empresa quiere reestructurar la deuda, y plantea al Banco la siguiente propuesta, dar hoy 80.000.000, y el resto en 16 meses.

Pregunta 1. Para analizar la alternativa, las partes acuerdan una fecha focal (FF) en el mes 16 y una tasa de reestructuraci$_R$=29% EA ¿cuál ser valor de dicho pago?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- E_1
    - p: 120.000.000
    - n: con vencimiento a 12 meses
    - J: con un interés 20 % efectivo anual
- E_2
    - p: 150.000.000
    - n: con vencimiento a 26 meses
    - J: con un interés 36 % efectivo anual

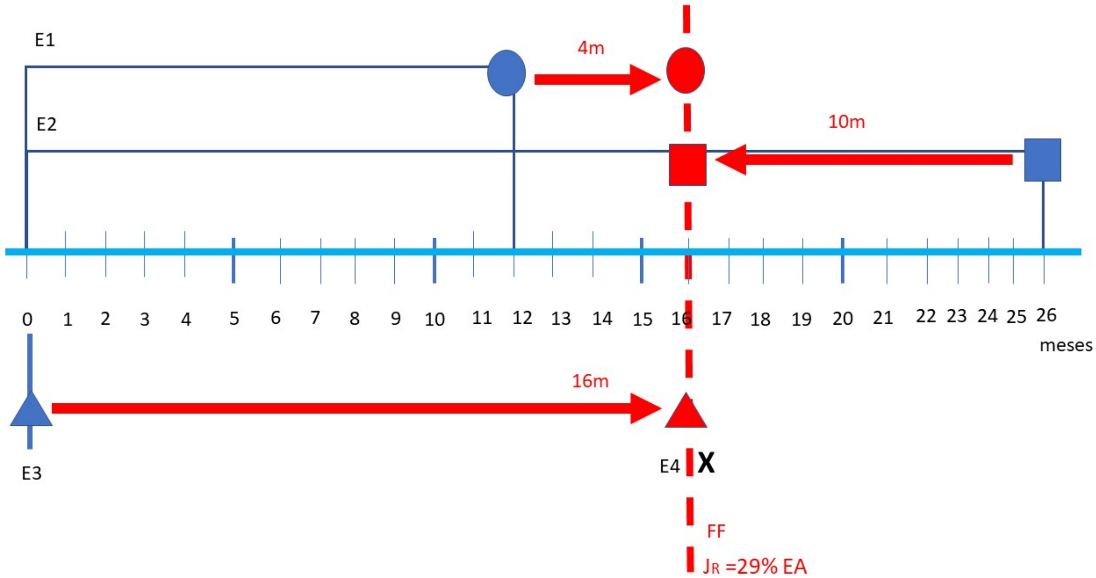
Reestructuración

- E_3
    - p: 80.000.000
    - n: en la fecha
    - J: sin interés
- E_4
    - p: el resto, mediante un pago **X**
    - n: en el mes 16

Tasa de reestructuración

* J_R: Tasa de reestructuración 29 % efectivo anual
* Fecha Focal (FF): en el mes 16

Paso 2. Elaborar la gráfica



Paso 2. Plantear las ecuaciones de valor

$$E_1 = 120.000.000\left(1 + \frac{0,20\ EA}{12\ meses}\right)^{12\ meses} \underbrace{\left[\left(1 + \frac{0,29\ EA}{12\ meses}\right)^{4\ meses}\right]} \tag{71}$$

$$E_1 = 160.992.931$$

$$E_2 = 150.000.000\left(1 + \frac{0,36\ EA}{12\ meses}\right)^{26\ meses} \underbrace{\left[\frac{1}{\left(1 + \frac{0,29\ EA}{12\ meses}\right)^{10\ meses}}\right]} \tag{72}$$

$$E_2 = 254.772.608$$

Reestructuración

$$E_3 = 80.000.000 \underbrace{\left[\left(1 + \frac{0,29\ EA}{12\ meses}\right)^{16\ meses}\right]} \tag{73}$$

$$E_3 = 117.224.983$$

$$E_4 = X \tag{74}$$

Paso 3. Despejar la incognita

$$
\begin{aligned}
E_1 + E_2 &= E_3 + E_4 \\
E_1 + E_2 &= E_3 + X \\
X &= E_1 + E_2 - E_3 \\
X &= 298.540.557
\end{aligned}
\tag{75}
$$

Análisis de los resultados Según esta propuesta, para saldar las deudas que traía la compañía, el gerente puede dar 80.000.000 el día de hoy y el saldo, mendiante un pago de 298.540.557 en el mes 16, y con esto puede saldar la deuda de la compañía.

Ejemplo 3.

Una empresa firma un pagaré por 200.000.000 a 4 meses, y una tasa de interés, del 30% anual. Dos meses después de la firma del primer pagaré, el gerente firma otro por 80.000.000 con vencimiento a 3 meses, sin intereses. El gerente de la empresa, quiere reestructurar y reemplazarlos por un pagar meses, contados a partir de la fecha de vencimiento del primer pagaré, con una tasa de interel 24% anual, y entregar la suma de 50.000.000 en la fecha de vencimiento del segundo pagaré.

Pregunta 1. Para analizar la alternativa, las partes acuerdan una fecha focal (FF) en el mes 8 y una tasa de reestructuraci$_R$=36% EA ¿cuál ser valor de dicho pago?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- E_1
    - p: 200.000.000
    - n: con vencimiento a 4 meses
    - J: con un interés 30 % efectivo anual
- E_2
    - dos meses después
    - p: 80.000.000
    - n: con vencimiento a 3 meses
    - J: sin intereses

Reestructuración

- E_3
    - p: el resto, mediante un pago **X**
    - n: a 3 meses, a partir de la fecha de vencimiento del primer pagaré
    - J: con un interés 24 % efectivo anual
- E_4
    - p: 50.000.000
    - n: en la fecha de vencimiento del segundo 2o pagaré

Tasa de reestructuración

- ∗ J_R: Tasa de reestructuración 36 % efectivo anual
- ∗ Fecha Focal (FF): en el mes 8

Paso 2. Plantear las ecuaciones de valor

$$
\begin{aligned}
E_1 &= 200.000.000\left(1+\frac{0,30\ EA}{12\ meses}\right)^{4\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,36\ EA}{12\ meses}\right)^{4\ meses}\right]}\\
E_1 &= 248.470.227
\end{aligned}
\tag{76}
$$

$$
\begin{aligned}
E_2 &= 80.000.000\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,36\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\right]}\\
E_2 &= 87.418.160
\end{aligned}
\tag{77}
$$

Reestructuración

$$
\begin{aligned}
E_3 &= \mathbf{x}\ \underbrace{\left(1+\frac{0,24\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,36\ EA}{12\ meses}\right)^{1\ mes}\right]}}_{a}\\
E_3 &= Xa
\end{aligned}
\tag{78}
$$

$$
\begin{aligned}
E_4 &= 50.000.000\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,36\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\right]}\\
E_4 &= 54.636.350
\end{aligned}
\tag{79}
$$

Paso 3. Despejar la incognita

$$
\begin{aligned}
E_1 + E_2 &= E_3 + E_4\\
E_1 + E_2 &= Xa + E_4\\
Xa &= E_1 + E_2 - E_4\\
X &= \frac{E_1 + E_2 - E_4}{a}\\
X &= \frac{248.470.227 + 87.418.160 - 54.636.350}{1,09304424}\\
X &= 257.310.752
\end{aligned}
\tag{80}
$$

Análisis de los resultados Bajo esta propuesta, para saldar las deudas que traía la compañía, el gerente puede dar 54.636.350 en el mes 5 y 257.310.752 en el mes 7 para saldar las deudas de la compañia

Ejemplo 4.

Para la compra de materia prima, una empresa adquiere un pagaré por 100.000.000 a 3 meses, y una tasa de interés, del 30% efectivo anual; un mes después firma un pagaré por 200.000.000 a 8 meses y una tasa de interé, del 32% efectivo anual; tres meses despue la firma del segundo pagaré, el gerente firma otro pagaré por 80.000.000 con vencimiento a 4 meses, sin intereses.

El gerente de la empresa quiere reestructurar las deudas ante el Banco y propone reemplazar los pagaré por uno a 3 meses, contados a partir de la fecha de vencimiento del primer pagaré, con una tasa de interel 24% efectivo anual, y entregar la suma de 150.000.000 en la fecha de vencimiento del segundo pagaré.

Pregunta 1. Para analizar la alternativa, las partes acuerdan una fecha focal (FF) en el mes 12 y una tasa de reestructuraci$_R$=28% EA ¿cuál ser valor de dicho pago?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- E_1
  - p: 100.000.000
  - n: con vencimiento a 3 meses
  - J: con un interés 30 % efectivo anual
- E_2
  - un mes después
  - p: 200.000.000
  - n: con vencimiento a 8 meses
  - J: con un interés 32 % efectivo anual
- E_3
  - tres meses después de la firma del segundo pagaré
  - p: 80.000.000
  - n: con vencimiento a 4 meses
  - J: sin intereses

Reestructuración

- E_4
  - p: el resto, mediante un pago **X**
  - n: a 3 meses, contados a partir de la fecha de vencimiento del primer pagaré
  - J: con un interés 24 % efectivo anual
- E_5
  - p: 150.000.000
  - n: en la fecha de vencimiento del segundo 2o pagaré

Tasa de reestructuración

- J_R: Tasa de reestructuración 28 % efectivo anual
- Fecha Focal (FF): en el mes 12

Paso 2. Plantear las ecuaciones de valor

$$\begin{aligned} E_1 &= 100.000.000\left(1+\frac{0,30\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses} \underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{9\ meses}\right]} \\ E_1 &= \end{aligned} \tag{81}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= 200.000.000\left(1+\frac{0,32\ EA}{12\ meses}\right)^{8\ meses} \underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\right]} \\ E_2 &= \end{aligned} \tag{82}$$

$$\begin{aligned} E_3 &= 80.000.000 \underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{2\ meses}\right]} \\ E_3 &= \end{aligned} \tag{83}$$

Reestructuración

$$\begin{aligned} E_3 &= \mathbf{X}\ \underbrace{\left(1+\frac{0,24\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses} \underbrace{\left[\left(1+\frac{0,24\ EA}{12\ meses}\right)^{6\ mes}\right]}}_{a} \\ E_3 &= \mathbf{X}a \end{aligned} \tag{84}$$

$$\begin{aligned} E_4 &= 50.000.000 \underbrace{\left[\left(1+\frac{0,36\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\right]} \\ E_4 &= 54.636.350 \end{aligned} \tag{85}$$

Paso 3. Despejar la incognita

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= E_3 + E_4 \\ E_1 + E_2 &= Xa + E_4 \\ Xa &= E_1 + E_2 - E_4 \\ X &= \frac{E_1 + E_2 - E_4}{a} \\ X &= \frac{248.470.227 + 87.418.160 - 54.636.350}{1,09304424} \\ X &= 257.310.752 \end{aligned} \tag{86}$$

Análisis de los resultados Bajo esta propuesta, para saldar las deudas que traía la compañía, el gerente puede dar 54.636.350 en el mes 5 y 257.310.752 en el mes 7 para saldar las deudas de la compañia

Ejemplo 5.

Para la compra de materia prima, una empresa adquiere un pagaré por 100.000.000 a 3 meses, y una tasa de interés, del 30% efectivo anual; en la misma fecha firma un pagaré por 200.000.000 a 8 meses, y una tasa de interés, del 30% efectivo anual. Dos meses después de la firma del segundo pagaré, el gerente firma otro pagaré por 80.000.000 con vencimiento a 3 meses, sin intereses. El gerente de la empresa quiere reestructurar las deudas ante el Banco y propone reemplazar las deudas por: un pagaré a 3 meses contados a partir de la fecha de vencimiento del primer pagaré, con una tasa de interés del 24% efectivo anual, y entregar la suma de 100.000.000 en la fecha de vencimiento del segundo pagaré.

Pregunta 1. Para analizar la alternativa, las partes acuerdan una fecha focal (FF) en el mes 12 y una tasa de reestructuraci$_R$=28% EA ¿cuál ser valor de dicho pago?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- E_1
  - p: 100.000.000
  - n: con vencimiento a 3 meses
  - J: con un interés 30 % efectivo anual
- E_2
  - p: 200.000.000
  - n: con vencimiento a 8 meses
  - J: con un interés 30 % efectivo anual
- E_3
  - dos meses después de la firma del segundo pagaré
  - p: 80.000.000
  - n: con vencimiento a 3 meses
  - J: sin intereses

Reestructuración

- E_4
  - p: el resto, mediante un pago **X**
  - n: a 3 meses, contados a partir de la fecha de vencimiento del primer pagaré
  - J: con un interés 24 % efectivo anual
- E_5
  - p: 100.000.000
  - n: en la fecha de vencimiento del segundo 2o pagaré

Tasa de reestructuración

* J_R: Tasa de reestructuración 28 % efectivo anual
* Fecha Focal (FF): en el mes 12

Paso 2. Plantear las ecuaciones de valor

$$\begin{aligned} E_1 &= 100.000.000\left(1+\frac{0,30\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{9\ meses}\right]} \\ E_1 &= 132.533.505 \end{aligned} \tag{87}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= 200.000.000\left(1+\frac{0,30\ EA}{12\ meses}\right)^{8\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{4\ meses}\right]} \\ E_2 &= 267.232.578 \end{aligned} \tag{88}$$

$$\begin{aligned} E_3 &= 80.000.000\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{7\ meses}\right]} \\ E_3 &= 94.017.745 \end{aligned} \tag{89}$$

Reestructuración

$$\begin{aligned} E_4 &= 100.000.000\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{4\ meses}\right]} \\ E_4 &= 109.665.111 \end{aligned} \tag{90}$$

$$\begin{aligned} E_5 &= \mathbf{x}\ \underbrace{\left(1+\frac{0,24\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{6\ mes}\right]}}_{a} \\ E_5 &= Xa \end{aligned} \tag{91}$$

Paso 3. Despejar la incognita

$$\begin{aligned} E_1+E_2+E_3 &= E_4+E_5 \\ E_1+E_2+E_3 &= E_4+Xa \\ Xa &= E_1+E_2+E_3-E_4 \\ X &= \frac{E_1+E_2+E_3-E_4}{a} \\ X &= \frac{132.533.505+267.232.578+94.017.745-109.665.111}{1,21871804} \\ X &= 315.182.597 \end{aligned} \tag{92}$$

Análisis de los resultados Bajo esta propuesta, para saldar las deudas que traía la compañía, el gerente puede dar 109.665.111 en el mes 5 y dar la suma de 315.182.597en el mes 7 para saldar las deudas de la compañia

Ejemplo 6. Para la compra de materia prima, una empresa adquiere un pagarr 100.000.000 a 3 meses, y una tasa de inter del 30% efectivo anual; un mes despue la firma del primer pagarirma un pagarr 200.000.000 a 8 meses, y una tasa de inter del 32% efectivo anual; tres meses después de la firma del segundo pagaré, el gerente firma otro pagaré por 80.000.000 con vencimiento a 4 meses, sin intereses. El gerente de la empresa, quiere reestructurar las deudas ante el Banco, y propone y entregar la suma de 150.000.000 en la fecha de vencimiento del segundo pagaré; y un pagar meses, contados a partir de la fecha de vencimiento del primer pagaré, con una tasa de interés del 24% efectivo anual,

Pregunta 1. Para analizar la alternativa, las partes acuerdan una fecha focal (FF) en el mes 12 y una tasa de reestructuraci$_R$=28% EA ¿cuál ser valor de dicho pago?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- E_1
    - p: 100.000.000
    - n: con vencimiento a 3 meses
    - J: con un interés 30 % efectivo anual
- E_2
    - un mes después del primer pagar: 200.000.000
    - n: con vencimiento a 8 meses
    - J: con un interés 32 % efectivo anual
- E_3
    - tres meses después de la firma del segundo pagaré
    - p: 80.000.000
    - n: con vencimiento a 4 meses
    - J: sin intereses

Reestructuración

- E_4
    - p: 150.000.000
    - n: en la fecha de vencimiento del segundo 2o pagaré
- E_5
    - p: el resto, mediante un pago **X**
    - n: tres meses después de la fecha de vencimiento del primer pagaré
    - J: 24% efectivo anual

Tasa de reestructuración

* J_R: Tasa de reestructuración 28 % efectivo anual
* Fecha Focal (FF): en el mes 12

Paso 2. Plantear las ecuaciones de valor

$$\begin{aligned} E_1 &= 100.000.000\left(1+\frac{0,30\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{9\ meses}\right]} \\ E_1 &= 132.533.505 \end{aligned} \tag{93}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= 200.000.000\left(1+\frac{0,32\ EA}{12\ meses}\right)^{8\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\right]} \\ E_2 &= 264.555.657 \end{aligned} \tag{94}$$

$$\begin{aligned} E_3 &= 80.000.000\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{4\ meses}\right]} \\ E_3 &= 87.732.089 \end{aligned} \tag{95}$$

Reestructuración

$$\begin{aligned} E_4 &= 150.000.000\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\right]} \\ E_4 &= 160.746.905 \end{aligned} \tag{96}$$

$$\begin{aligned} E_5 &= \mathbf{X}\ \underbrace{\left(1+\frac{0,24\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{6\ mes}\right]}}_{a} \\ E_5 &= Xa \end{aligned} \tag{97}$$

Paso 3. Despejar la incognita

$$\begin{aligned} E_1+E_2+E_3 &= E_4+E_5 \\ E_1+E_2+E_3 &= E_4+Xa \\ Xa &= E_1+E_2+E_3-E_4 \\ X &= \frac{E_1+E_2+E_3-E_4}{a} \\ X &= \frac{132.533.505+264.555.657+87.732.089-160.746.905}{1,21871804} \\ X &= 265.914.129 \end{aligned} \tag{98}$$

Análisis de los resultados Bajo esta propuesta evaluada en la fecha focal, para saldar las deudas que traía la compañía, el gerente puede dar 160.746.905 en el mes 6 y realizar un pago por 265.914.129 en el mes 9 (evaluado en la fecha focal) para saldar las deudas de la compañia

Ejemplo 7. Una deuda de 25.000.000 con vencimiento a 15 meses sin intereses, otra deuda de 15.000.000 con vencimiento a 24 meses al 30% EA; van a cancelarse mediante dos pagos iguales de X valor cada uno, con vencimiento en 12 y 18 meses respectivamente, sin intereses. Determinar el valor de los pagos si la fecha focal está en el mes 18 y una tasa de reestructuración del 28% EA

Pregunta 1. Para analizar la alternativa, las partes acuerdan una fecha focal (FF) en el mes 12 y una tasa de reestructuraci$_R$=28% EA ¿cuál ser valor de dichos pagos?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- E_1
  - p: 25.000.000
  - n: con vencimiento a 15 meses
  - J: Sin intereses
- E_2
  - p: 15.000.000
  - n: con vencimiento a 24 meses
  - J: con un interés 30 % efectivo anual

Reestructuración

- E_3
  - p: X
  - n: con vencimiento a 12 meses
  - J: sin intereses
- E_4
  - p: X
  - n: con vencimiento a 12 meses
  - J: sin intereses

Tasa de reestructuración

* J_R: Tasa de reestructuración 28 % efectivo anual
* Fecha Focal (FF): en el mes 18

Paso 2. Plantear las ecuaciones de valor

$$E_1 = 25.000.000 \underbrace{\left[\left(1 + \frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{3\ meses}\right]}$$
$$E_1 = 26.791.150 \tag{99}$$

$$E_2 = 15.000.000\left(1+\frac{0,30\ EA}{12\ meses}\right)^{24\ meses}\underbrace{\left[\frac{1}{\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{6\ meses}}\right]} \tag{100}$$

$$E_2 = 23.624.428$$

Reestructuracón

$$E_3 = X\underbrace{\left[\left(1+\frac{0,28\ EA}{12\ meses}\right)^{6\ meses}\right]}_{a} \tag{101}$$

$$E_3 = Xa$$

$$E_4 = X \tag{102}$$

Despejando la ecuación

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= E_3 + E_4 \\ E_1 + E_2 &= Xa + X \\ E_1 + E_2 &= X(1+a) \\ \frac{E_1 + E_2}{(1+a)} &= X \\ X &= \frac{E_1 + E_2}{(1+a)} \\ X &= \frac{26.791.150 + 23.624.428}{(1+1,148425229)} \\ X &= 23.466.295 \end{aligned} \tag{103}$$

Análisis de los resultados Bajo esta propuesta evaluada en la fecha focal, para saldar las deudas que traía la compañía, se deber hacer dos pagos de 23.466.295 cada uno, en el mes 12 y 18 respectivamente.

Anualidades

Esta sección está basada en Baca (2005); en García (2000); en Blank et al. (1991) y Fornasari and Berbery (2006). Una anualidad es un concepto que sirve para representar una serie de retiros, o pagos, (por ejemplo el valor de una cuota), que se paga en una periodicidad constate o a intervalos iguales (de forma regular), las cuales pueden ser en periodos anuales, mensuales, trimestrales, semestrales, etc.

Elementos de las anualidades Los elementos de las anualidades son:

– **Anualidad (A)**: Cantidad; monto o cuota (igual) a depositar o retirar periódicamente (a intervalos iguales).

– **Periodo de pago**: Momento del tiempo donde se hace el pago, el cual puede ser al comienzo (anticipado) o al final (vencido).

– **Plazo de la anualidad (n)**: Periodo que transcurre entre el primer y último pago.

– **Tasa de interés (J ó i)**: Tipo de interés que se reconoce para la operación; las tasas nominales deben pasarse a tasas efectivas.

Debe especificarse que en anualidades, la fecha focal puede colocarse en el momento cero, donde estaremos hablando del valor presente de una anualidad (VP^A), de otra parte, si la fecha focal se pone al final, hablaremos del valor futuro de una anualidad (VF^A) .

Valor presente de una anualidad (VP^A)

Ejemplo 1.
Una persona desea comprar un celular a crédito, el distribuidor le ofrece la posibilidad de pagarlo en 4 cuotas, mes vencido, de 300.000 con una tasa de 24% EA sobre saldos.

1. ¿Cuánto se debería financiar hoy, si se desea pagar el saldo a crédito?

2. Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados

3. Si se paga el celular, por medio de la financiación, al final de los 4 meses ¿Cuánto costó el Celular?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

∗ p: ¿ ?

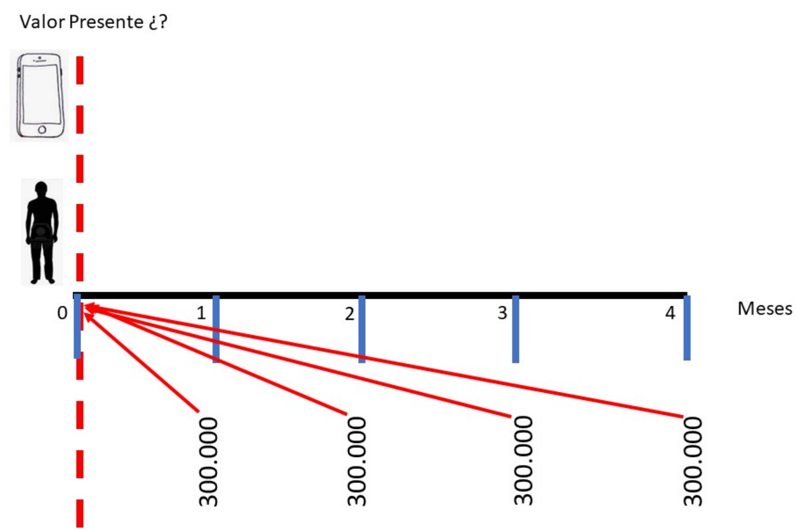
∗ n: con vencimiento a 4 meses

∗ J: con un interés 24 % efectivo anual

∗ i: $\frac{0{,}24\ EA}{12\ meses} = 0,02\ EM$

∗ A: 300.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



- **¿Cuánto se debería financiar hoy, si se desea pagar el saldo a crédito?**

Paso 3.1. Planteo el problema como una ecuación de valor con fecha focal en el momento cero

$$
\begin{aligned}
VP^A &= \frac{300.000}{(1+0,02\ EM)^1} + \frac{300.000}{(1+0,02\ EM)^2} + \frac{300.000}{(1+0,02\ EM)^3} + \frac{300.000}{(1+0,02\ EM)^4} \\
VP^A &= 1.142.319
\end{aligned} \tag{104}
$$

Paso 3.2. Utilizando la expresión de valor presente de una anualidad

$$
\begin{aligned}
valor\ del\ celular &= \underbrace{A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}_{Valor\ presente\ anualidad} \\
valor\ del\ celular &= \underbrace{300.000\left[\frac{1-(1+0,02\ EM)^{-4}}{0,02\ EM}\right]}_{Valor\ presente\ del\ anualidad} \\
valor\ del\ celular &= \underbrace{1.142.319}_{Valor\ presente\ anualidad,\ ya\ en\ la\ fecha\ focal}
\end{aligned} \tag{105}
$$

- **Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados**

Paso 4. Construyendo la tabla de amortización

Otra herramienta que permite analizar como se amortiza una anualidad es la tabla de amortización, la cual, permite describir la forma en la que cada cuota se distribuye entre la amortización de la deuda (abono a capital) y el pago de intereses.

En este ejemplo, si restamos a 1.200.000, la suma de los intereses 57.681, obtenemos el valor presente de la anualidad 1.142.319. Cabe destacar que estamos trayendo los valores a valor presente, es decir, a la fecha focal (FF) situada en el momento cero. Los 57.681 corresponden a los intereses que se pagan por financiar 1.142.319 a 4 meses a una tasa de interés del 0,02 EM o su equivalente 24% EA.

Vamos ahora a analizar la información contenida en la tabla 2, fila 1. Primero, si se compra el celular a crédito se deben 1.142.319 pero una vez pagada la primera cuota de 300.000 se deben ahora 865.165. Segundo, de esta primera cuota de 300.000, esta se distribuye en 277.154 que se van a pagar el capital (aporte a capital), es decir a disminuir la deuda y 22.846 a el pago de intereses.

– Análisis de los resultados

Si se paga el celular, por medio de la financiación, al final de los 4 meses ¿Cuánto costó el Celular? Para contestar esta interrogante, debemos tener en cuenta:

* **Opción 1.** Pagar el celular de contado:
  Si se hubiese pagado el celular de contado, habría que pagarse 1.142.319.

* **Opción 2.** Se financia el 100% del celular:
  Si el celular se compra a crédito, el comprador paga 4 cuotas, mes vencido, de 300.000 con una tasa de 24% EA sobre saldos, las 4 cuotas pagadas suman 1.200.000, y debe aclararse que por esta financiación se pagan 57.681 de intereses (ya incluídas en la cuota).

Table 5

Tabla de amortización

Periodo	Saldo inicial	Interés	Amortización	Cuota	Saldo Final
0					
1	1.142.319	22.846	277.154	300.000	865.165
2	865.165	17.303	282.697	300.000	582.468
3	582.468	11.649	288.351	300.000	294.118
4	294.118	5.882	294.118	300.000	0
		57.681		1.200.000	

Ejemplo 2.
La pirólisis del plástico es un procedimiento de destilación que permite transformar residuos plásticos en combustible. En una pirólisis lenta los residuos se calientan entre 450 y 550 °C, según las temperaturas de condensación (refrigeración) de este gas, se obtiene diferentes tipos de carburantes: entre 390 y 170 °C, el gas condensado produce gasóleo (diesel)., entre 210 y 20 °C, el gas condensado produce gasolina.

Uno de los equipos utilizados en este proceso es el reactor de pirólisis de plástico, cama con tecnología verde de 200L, de bajo coste, el cual tiene un costo en el mercado que oscila entre 8.000 US$ - 30.000 US$, tomaremos el promedio 19.000 US$, si la tasa de cambio (TRM) 3,784.45 COP a 23 junio de 2021. el reactor tendría un costo de 71.904.550. (resultados de 3,784.45 COP *19.000 US$ = 71.904.550 COP), asimismo vamos a suponer solo la adquisición, no el transporte ni instalación.

Si una empresa desea adquirir el reactor de pirólisis de plástico a a crédito, el distribuidor le ofrece la posibilidad de pagarlo en 4 cuotas, mes vencido, con una tasa de 36% NM sobre saldos.

1. ¿Cuánto se debería pagar hoy en esas condiciones?
2. Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados
3. Si se paga el reactor de pirólisis de plástico, por medio de la financiación, al final de los 4 meses ¿Cuánto costó?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- p: ¿ ?
- n: con vencimiento a 4 meses
- J: con un interés 36 % NM
- i: $\frac{0{,}36\ EA}{12\ meses} = 0,03\ EM$
- A: 19.344.269

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo

- **¿Cuánto se debería pagar hoy en estas condiciones?**

Paso 3.1. Planteo el problema como una ecuación de valor con fecha focal en el momento cero

$$\begin{aligned} VP^A &= \frac{19.344.269}{(1+0,03\ EM)^1} + \frac{19.344.269}{(1+0,03\ EM)^2} + \frac{19.344.269}{(1+0,03\ EM)^3} + \frac{19.344.269}{(1+0,03\ EM)^4} \\ VP^A &= 71.904.550 \end{aligned} \tag{106}$$

Paso 3.2. Utilizando la expresión de valor presente de una anualidad

$$\begin{aligned} valor\ reactor &= \underbrace{A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}_{Valor\ presente\ anualidad} \\ valor\ reactor &= \underbrace{19.344.269\left[\frac{1-(1+0,03\ EM)^{-4}}{0,03\ EM}\right]}_{Valor\ presente\ del\ anualidad} \\ valor\ reactor &= \underbrace{71.904.550}_{Valor\ presente\ anualidad,\ ya\ en\ la\ fecha\ focal} \end{aligned} \tag{107}$$

En estas condiciones se debería pagar hoy 71.904.550.

– **Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados**

Paso 4. Construyendo la tabla de amortización

Otra herramienta que permite analizar como se amortiza una anualidad es la tabla de amortización, la cual, permite describir la forma en la que cada cuota se distribuye entre la amortización de la deuda (abono a capital) y el pago de intereses.

Table 6

Amortización tipo frances para el reactor de rendimiento

Periodo	Saldo inicial	Interés	Amortización	Cuota (A)	Saldo Final
0					71.904.550
1	71.904.550	2.157.137	17.187.132	19.344.269	54.717.418
2	54.717.418	1.641.523	17.702.746	19.344.269	37.014.672
3	37.014.672	1.110.440	18.233.828	19.344.269	18.780.843
4	18.780.843	563.425	18.780.843	19.344.269	0
		5.472.524	71.904.550	77.377.074	

En la columna **cuota** puede verse que el valor de la anualidad (A) es de 17.187.132. Al final de los 4 periodos se paga un total de 5.472.524 de intereses. Al pagarse las 4 cuotas pactadas de 19.344.269, se está pagando tanto el capital (o préstamo) 71.904.550 y los intereses 5.472.524, para un total de 77.377.074. (71.904.550 + 5.472.524 = 77.377.074)

Ejemplo 3.
La extracción de petróleo se hace de acuerdo con las caracterícas propias de c ada yacimiento.No bstante, el proceso comienza con la nivelación del terreno donde luego se colocan las torres de petróleo, las cuales tienen

una extensión aproximada de 50 metros de altura. Estas tienen la funci sostener el equipo de perforación, entre otros equipos usados está la tubería o "sarta" de perforación los cuales son los tubos de acero que se van uniendo a medida que avanza la perforacón y las brocas o trépanos de perforación, las cuales rompen, cortan o muelen el subsuelo o formaciones rocosas, permitiendo así la apertura del pozo. Dentro de las variedades de los trepanos de perforaciónse destacan dos de dos clases, una de diente de acero cuyo costo aproximado asciende a 2.500 US $ y la otra de insertos de carbono o tugsteno cuyos costos aproximado está en 6.996 US$.

Tomando como referencia una tasa de cambio (TRM) 3,784.45 COP a 23 junio de 2021. la broca de tugsteno tendría un costo de 26.476.012 (resultado multiplicar de 3,784.45 COP * 6.996 US$ = 26.476.012 COP), asimismo vamos a suponer solo la adquisición, no el transporte ni instalación.

Si una empresa desea adquirir un broca de tugsteno a crédito, el distribuidor le ofrece la posibilidad de pagarlo en 4 cuotas, mes vencido, con una tasa de 36% NM sobre saldos.

1. ¿Cuánto se debería pagar hoy en esas condiciones?
2. Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados
3. Si se paga la broca de tugsteno, por medio de la financiación, al final de los 4 meses ¿Cuánto costó?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- ∗ p: ¿ ?
- ∗ n: con vencimiento a 4 meses
- ∗ J: con un interés 34 % NM
- ∗ i: $\frac{0{,}34\ EA}{12\ meses} = 0,028\ EM$
- ∗ A: 7.094.397

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo

- **¿Cuánto se debería pagar hoy en estas condiciones?**

Paso 3.1. Planteo el problema como una ecuación de valor con fecha focal en el momento cero

$$\begin{aligned} VP^A &= \frac{7.094.397}{(1+0,028\ EM)^1} + \frac{7.094.397}{(1+0,028\ EM)^2} + \frac{7.094.397}{(1+0,028\ EM)^3} + \frac{7.094.397}{(1+0,028\ EM)^4} \\ VP^A &= 26.476.012 \end{aligned} \tag{108}$$

Paso 3.2. Utilizando la expresión de valor presente de una anualidad

$$\begin{aligned} valor\ reactor &= \underbrace{A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}_{Valor\ presente\ anualidad} \\ valor\ reactor &= \underbrace{19.344.269\left[\frac{1-(1+0,03\ EM)^{-4}}{0,03\ EM}\right]}_{Valor\ presente\ del\ anualidad} \\ valor\ reactor &= \underbrace{26.476.012}_{Valor\ presente\ anualidad,\ ya\ en\ la\ fecha\ focal} \end{aligned} \tag{109}$$

En estas condiciones se debería pagar hoy 26.476.012 .

- **Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados**

Paso 4. Construyendo la tabla de amortización

Otra herramienta que permite analizar como se amortiza una anualidad es la tabla de amortización, la cual, permite describir la forma en la que cada cuota se distribuye entre la amortización de la deuda (abono a capital) y el pago de intereses.

Table 7

Add caption

Periodo	**Saldo inicial**	**Interés**	**Amortización**	**Cuota**	**Saldo Final**
0					26.476.012
1	26.476.012	750.154	6.344.244	7.094.397	20.131.769
2	20.131.769	570.400	6.523.997	7.094.397	13.607.771
3	13.607.771	385.554	6.708.844	7.094.397	6.898.928
4	6.898.928	195.470	6.898.928	7.094.397	0
		1.901.577	26.476.012	28.377.589	

En la columna **cuota** puede verse que el valor de la anualidad (A) es de 7.094.397. Al final de los 4 periodos se paga un total de 1.901.577 de intereses. Al pagarse las 4 cuotas pactadas de 7.094.397, se está pagando tanto el capital (o préstamo) 26.476.012 y los intereses 1.901.577, para un total de 28.377.589. (26.476.012 + 1.901.577 = 28.377.589)

Ejemplo 5.
Se desea adquirir una bicicleta eléctrica para esto aporta una cuota inicial de 800.000, acuerda con el almacén financiar el resto mediante el pago de 12 cuotas iguales de 300.000 con un interés del 2.5% efectivo mensual sobre saldos.

1. ¿Cuánto se debería financiar hoy, si se desea pagar el saldo a crédito?

2. Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados

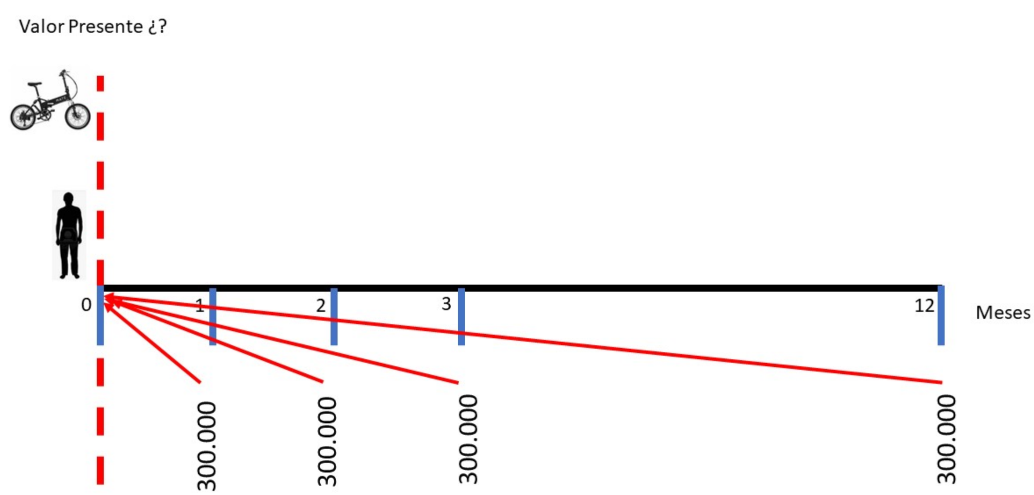
3. Si se paga la bicicleta eléctrica, por medio de la financiación, al final de los 12 meses ¿Cuánto termianará costando?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- p: ¿ ?
- n: con vencimiento a 12 meses
- J: con un interés 0,025 efectivo mensual
- A: 300.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



– **¿Cuánto se debería financiar hoy, si se desea pagar el saldo a crédito?**

Paso 3.1. Planteo el problema como una ecuación de valor con fecha focal en el momento cero

$$\begin{aligned} VP^A &= \underbrace{800.000}_{C.I} + \frac{300.000}{(1+0,025)^1} + \frac{300.000}{(1+0,025)^2} + \frac{300.000}{(1+0,025)^3} + ooo + \frac{300.000}{(1+0,025)^{12}} \\ VP^A &= \underbrace{3.877.329}_{en\ valor\ presente} \end{aligned} \tag{110}$$

Sin embargo, como se había pagado una couta inicial (C.I.), debemos tener en cuenta este valor.

$$\begin{aligned}
valor\ de\ la\ bicicleta &= C.I + \underbrace{A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}_{Valor\ presente\ anualidad} \\
valor\ de\ la\ bicicleta &= \underbrace{800.000}_{C.I} + \underbrace{300.000\left[\frac{1-(1+0,025\ EM)^{-12}}{0,025\ EM}\right]}_{Valor\ presente\ del\ anualidad} \\
valor\ de\ la\ bicicleta &= \underbrace{800.000}_{C.I} + \underbrace{3.077.329}_{Valor\ presente\ anualidad,\ ya\ en\ la\ fecha\ focal} \\
valor\ de\ la\ bicicleta &= \underbrace{3.877.329}_{en\ valor\ presente}
\end{aligned} \tag{111}$$

- **Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados**

Paso 4. Construyendo la tabla de amortización

- Análisis de los resultados

Si se paga la bicicleta eléctrica, por medio de la financiación, al final de los 12 meses ¿Cuánto costó la bicilceta eléctrica? Para contestar esta interrogante, debemos tener en cuenta:

- **Opción 1.** Pagar la bicicleta eléctrica:
  Voy a Financiar 3.077.329 (valor presente de anualidad) + Cuota Inicicial 800.000 = valor de la bicicleta en el momento cero = 3.877.329
- **Opción 2.** Se financia el una parte del valor de la bicicleta eléctrica:
  Si se financia una parte del valor de la bicicleta eléctrica, el comprador paga 12 cuotas, mes vencido, de 300.000 con una tasa de 2,5% EM sobre saldos, las 12 cuotas pagadas suman 3.600.000, (y debe aclararse que por esta financiación se pagan 522.671 de intereses ya incluídas en la cuota). A esto se le suma los 800.000 que se abonó en la cuota inicial, por lo tanto el valor total de la bicicleta eléctrica es de 4.400.000.

Valor futuro de una anualidad (VF^A)

Ejemplo 3.
Con el obetivo de diferenciar el valor futuro de una anualidad, se utilizará la misma información para diferenciar el enfoque de valor presente y valor futuro de una anualidad.

Si un individuo deposita 300.000 todos los meses, al final de cada mes durante 4 meses en un banco que paga el 24% efectivo anual sobre saldos ¿cuánto dinero tendrá acumulado al final de los 4 meses?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

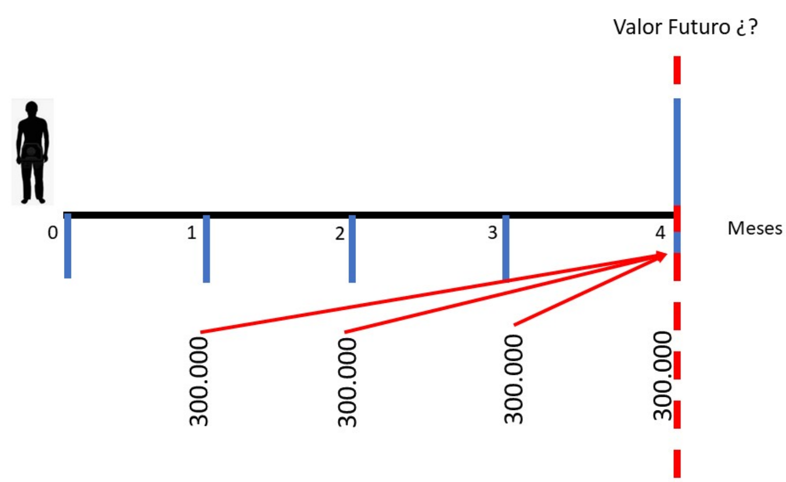
- f: ¿ ?
- n: al final de cada mes durante 4 meses
- J: con un interés 24 % efectivo anual
- i: $\frac{0{,}24\ EA}{12\ meses} = 0,02\ EM$
- A: 300.000

Table 8

Amortización bicicleta eléctrica

Periodo	Saldo Inicial	Intereses	Amortización	Cuota	Saldo Final
0					
1	3.077.329	76.933	223.067	300.000	2.854.263
2	2.854.263	71.357	228.643	300.000	2.625.619
3	2.625.619	65.640	234.360	300.000	2.391.260
4	2.391.260	59.781	240.219	300.000	2.151.041
5	2.151.041	53.776	246.224	300.000	1.904.817
6	1.904.817	47.620	252.380	300.000	1.652.438
7	1.652.438	41.311	258.689	300.000	1.393.749
8	1.393.749	34.844	265.156	300.000	1.128.592
9	1.128.592	28.215	271.785	300.000	856.807
10	856.807	21.420	278.580	300.000	578.227
11	578.227	14.456	285.544	300.000	292.683
12	292.683	7.317	292.683	300.000	0
		522.671		3.600.000	

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Planteo el problema como una ecuación de valor con fecha focal en el momento final

$$VF_1^A = 300.000\,(1+0,02\ EM)^1 + 300.000\,(1+0,02\ EM)^2 + 300.000\,(1+0,02\ EM)^3 + 300.000\,(1+0,02\ EM)^4$$

Paso 3. Utilizando la expresión de valor futuro de una anualidad

$$
\begin{aligned}
VF^A &= A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right] \\
VF^A &= 300.000\left[\frac{(1+0,02\ EM)^4-1}{0,02\ EM}\right] \\
VF^A &= 1.236.482
\end{aligned}
\tag{112}
$$

Paso 3. Construyendo la tabla de capitalización

Otra herramienta que permite analizar como se acumula o capitaliza una anualidad es la tabla de capitalización, la cual, permite describir la forma en la que cada cuota se distribuye entre la acumulación de intereses.

Table 9

Tabla de capitalización

Periodo	Depósito	Interés	Depósito + Interés	Saldo
0				
1	300.000			300.000
2	300.000	6.000	306.000	606.000
3	300.000	12.120	312.120	918.120
4	300.000	18.362	318.362	1.236.482
	1.200.000	36.482		

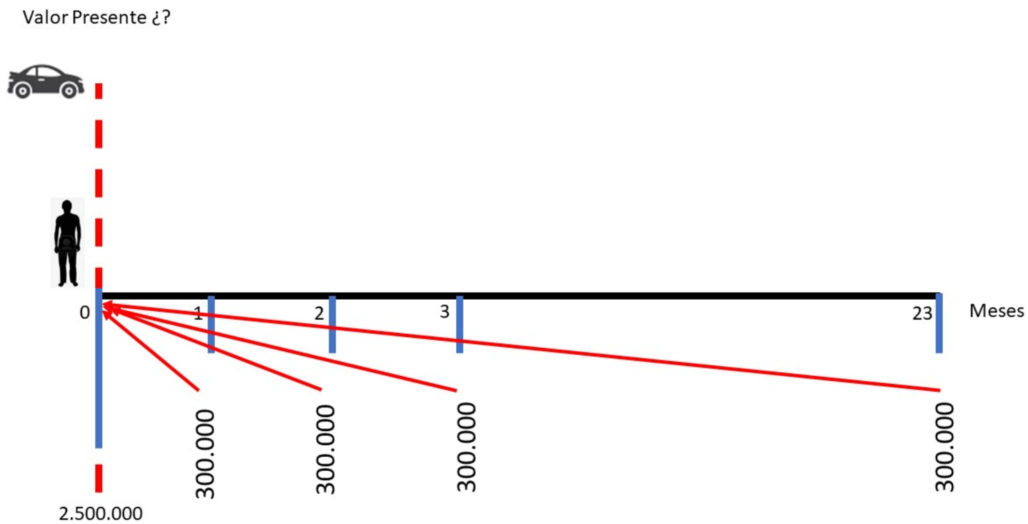
Ejemplo 4.
Una persona desea comprar un vehículo, para esto paga una cuota inicial de 2.500.000 y financia el resto a 23 cuotas vencidas o pagaderas al final de cada mes de 300.000, y unos intereses sobre sldos de 1,9% efectivo mensual. ¿cuál ser valor del vehículo bajo esta alternativa de financiación?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

* p: ¿ ?
* n: con vencimiento a 23 meses
* J:
* i: con un interés 1,9 % efectivo mensual $\frac{1{,}9\%\ EM}{100\ meses} = 0,019\ EM$
* A: 300.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Planteo el problema como una ecuación de valor con fecha focal en el momento cero

$$
\begin{aligned}
VP^A &= \frac{300.000}{(1+0,019\ EM)^1} + \frac{300.000}{(1+0,02\ EM)^2} + \frac{300.000}{(1+0,02\ EM)^3} + \ldots + \frac{300.000}{(1+0,019\ EM)^{23}} \\
VP^A &= 5.548.024
\end{aligned} \tag{113}
$$

Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de una anualidad

Es necesario poner el problema en contexto, es decir, incluir el pago de la cuota inicial, para saber el valor del vehículo en la fecha focal (ff), establecida para el momento cero.

$$
\begin{aligned}
valor\ vehculo &= \underbrace{2.500.000}_{cuota\ inicial} + \underbrace{A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}_{Valor\ presente\ anualidad} \\
valor\ vehculo &= \underbrace{2.500.000}_{cuota\ inicial} + \underbrace{300.000\left[\frac{1-(1+0,019\ EM)^{-23}}{0,019\ EM}\right]}_{Valor\ presente\ anualidad} \\
valor\ vehculo &= \underbrace{2.500.000}_{cuota\ inicial} + \underbrace{5.548.024}_{Valor\ presente\ anualidad} \\
valor\ vehculo &= \underbrace{8.048.024}_{en\ la\ fecha\ focal}
\end{aligned} \tag{114}
$$

Paso 3. Construyendo la tabla de amortización Para analizar como se amortiza una anualidad es la tabla de amortización, la cual, permite describir la forma en la que cada cuota se distribuye entre la amortización de la deuda (abono a capital) y el pago de intereses.

Ejercicios

Ejercicio 1.

Se desea adquirir una Bicicleta eléctrica para esto aporta una cuota inicial de 800.000, acuerda con el almacén financiar

Table 10

Tabla de amortización

Periodo	Saldo Inicial	Interés	Amortización	Cuota	Saldo Final
0					
1	5.548.024	105.412	194.588	300.000	5.353.437
2	5.353.437	101.715	198.285	300.000	5.155.152
3	5.155.152	97.948	202.052	300.000	4.953.100
4	4.953.100	94.109	205.891	300.000	4.747.209
5	4.747.209	90.197	209.803	300.000	4.537.406
6	4.537.406	86.211	213.789	300.000	4.323.617
7	4.323.617	82.149	217.851	300.000	4.105.765
8	4.105.765	78.010	221.990	300.000	3.883.775
9	3.883.775	73.792	226.208	300.000	3.657.567
10	3.657.567	69.494	230.506	300.000	3.427.060
11	3.427.060	65.114	234.886	300.000	3.192.174
12	3.192.174	60.651	239.349	300.000	2.952.826
13	2.952.826	56.104	243.896	300.000	2.708.929
14	2.708.929	51.470	248.530	300.000	2.460.399
15	2.460.399	46.748	253.252	300.000	2.207.147
16	2.207.147	41.936	258.064	300.000	1.949.082
17	1.949.082	37.033	262.967	300.000	1.686.115
18	1.686.115	32.036	267.964	300.000	1.418.151
19	1.418.151	26.945	273.055	300.000	1.145.096
20	1.145.096	21.757	278.243	300.000	866.853
21	866.853	16.470	283.530	300.000	583.323
22	583.323	11.083	288.917	300.000	294.406
23	294.406	5.594	294.406	300.000	0

el resto mediante el pago de 12 cuotas iguales de 300.000 con un interés del 2.5% efectivo mensual. 1. ¿Cuánto se debería financiar hoy, si se desea pagar el saldo a crédito?, 2. Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados 3. Si se paga la Bicicleta elrica, por medio de la financiacil final de los 12 meses ¿Cuánto costó el Bicicleta eléctrica? 4. Compruebe la anterior información mediante el uso de las ecuaciones de valor presente de una anualidad

Ejercicio 2.
Se desea adquirir un vehículo cuyo valor comercial es 80.000.000, para esto debe aportar una cuota inicial del 30% y financiar el 70% con el concesionario, el cual da crédito a 5 a con cuotas fijas, con un interés del 26% efectivo anual.

5. ¿Cuánto se debería financiar hoy, si se desea pagar el saldo a crédito?, 6. Elaborar la tabla de amortización para la financiacinalice los resultados 7. Al final de los 5 años ¿Cuánto costó el vehículo 8. Compruebe la anterior información mediante el uso de las ecuaciones de valor presente de una anualidad

Ejercicio 3.

Se desea adquirir un Moto cuyo valor comercial es 15.000.000, para esto debe aportar una cuota inicial del 30%, y financiar el 70% con el concesionario, el cual da crédito a 2 a con cuotas fijas, con un interel 26% efectivo anual.

9. ¿Cuánto se debería financiar hoy, si se desea pagar el saldo a crédito?, 10. Elaborar la tabla de amortización para la financiacinalice los resultados 11. Al final de los 2 años ¿Cuánto costó la Moto? 12. Compruebe la anterior información mediante el uso de las ecuaciones de valor presente de una anualidad

Ejercicio 4.
Se desea adquirir una Computador, cuyo valor comercial es de 9.000.000, el almacén financia el equipo a 12 o 24 cuotas iguales, la tasa de interés es del 36% efectivo anual. 1. Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados a. Para 12 meses b. Para 24 meses 2. Al final de los 12 meses ¿Cuánto costaría el Computador? 3. Al final de los 24 meses ¿Cuánto costaría el Computador? 4. Compruebe la anterior información mediante el uso de las ecuaciones de valor presente de una anualidad a. Para 12 meses b. Para 24 meses

Ejercicio 5.
Se desea adquirir una vivienda cuyo valor comercial es de 300.000.000, para esto se debe aportar una cuota inicial correspondiente al 30%, y financiar el 70% con el banco mediante el pago de cuotas fijas por 15 a con un interés del 12% efectivo anual. 1. De hacer el negocio ¿Cuo se debería financiar hoy? 2. Elabore la tabla de amortizaci Al final de los 15 años ¿Cuánto costó a vivienda? 4. Compruebe la anterior información mediante el uso de las ecuaciones de valor presente de una anualidad

Ejercicio 6.
Se desea adquirir una Nevera, cuyo valor comercial es de 3.000.000, el almacén financia el equipo a 12 o 24 cuotas iguales, la tasa de inters del 36% efectivo anual. 1. Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados a. Para 12 meses b. Para 24 meses 2. Al final de los 12 meses ¿Cuánto costara Nevera? 3. Al final de los 24 meses ¿Cuánto costara Nevera? 4. Compruebe la anterior informacidiante el uso de las ecuaciones de valor presente de una anualidad a. Para 12 meses b. Para 24 meses

Ejercicio 7.
Se desea adquirir un vehículo cuyo valor comercial es 130.000.000, para esto debe aportar una cuota inicial del 30% y financiar el 70% con el concesionario, el cual da crédito a 5 a con cuotas fijas, con un interés del 26% efectivo anual.

1. ¿Cuánto se debería financiar hoy, si se desea pagar el saldo a crédito?, 2. Elaborar la tabla de amortización para la financiación, analice los resultados 3. Al final de los 5 años ¿Cuácostehículo? 4. Compruebe la anterior información mediante el uso de las ecuaciones de valor presente de una anualidad

Ejercicio 8.
Se desea adquirir una vivienda cuyo valor comercial es de 400.000.000, para esto se debe aportar una cuota inicial correspondiente al 30%, y financiar el 70% con el banco mediante el pago de cuotas fijas por 15 a con un interés del 12% efectivo anual. 1. De hacer el negocio ¿Cuánto se debería financiar hoy? 2. Elabore la tabla de amortización 3. Al final de los 15 años ¿Cuánto costó vivienda? 4. Compruebe la anterior información mediante el uso de las ecuaciones de valor presente de una anualidad

Gradientes

Esta sección está basada en Baca (2005); en García (2000); en Blank et al. (1991) y Fornasari and Berbery (2006). Un gradiente es una herramienta que permite analizar e comportamiento de una serie de pagos periódicos que varían (crecen o disminuyen) de uno a otro en la misma forma y que adicionalmente cumplen con las siguientes condiciones:

– Todos los pagos se hacen a iguales intervalos de tiempo

– A todos los pagos se les aplica la misma tasa de interés

– El número de pagos es igual al numero de periodos

– Las variaciones se empiezan a presentar a partir del segundo pago.

– Si cada pago crece o disminuye respecto al anterior en una misma cantidad se llamará a la serie gradiente lineal o aritmético. Si por el contrario, cada pago crece o disminuye respecto al anterior en un mismo porcentaje se denomina a la serie gradiente geométrico.

– Los pagos pueden ser trimestrales, semestrales o anuales Etc.

Los elementos del gradiente aritmético son:

– **Pago (A)**: Valor de la primera cuota de la serie.

– **Incremento (L)**: Razón a a que crecerá la serie.

– **Periodo de pago**: Momento del tiempo donde se hace el pago, el cual puede ser al comienzo (anticipado) o al final (vencido).

– **Plazo o número de pagos (n)**: Periodo que transcurre entre el primer y último pago.

– **Tasa de la interés (J ó i)**: Tipo de interés que se reconoce para la operación; las tasas nominales deben pasarse a tasas efectivas.

Valor presente de gradiente aritmético (VP^{GA})

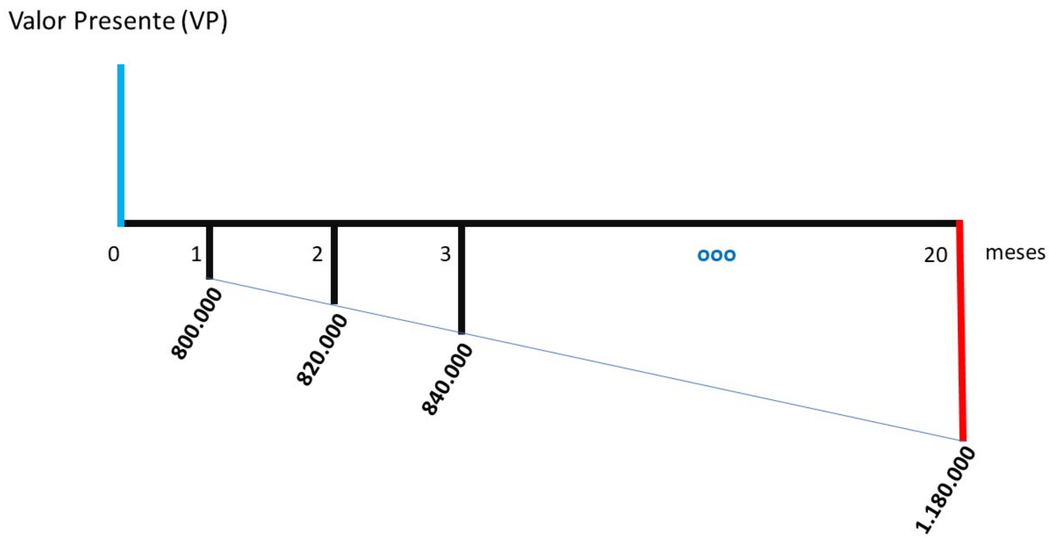
Ejemplo 1.
Para incrementar la producción, se desea adquirir una maquina, el vendedor indica que la financiación consiste en que esta se pague mediante una serie de 20 pagos (20 cuotas) que inician en 800.000; para ajustar el valor a la inflación, las cuotas se ajustarán (incrementarán) cada mes en 20.000, y una tasa de interés sería del 4% EM. ¿Cuál es el valor de la máquina en valor presente?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

* p: ¿ ?
* L: 20.000
* n: con vencimiento a 20 meses
* J:
* i: $\frac{4\%\ EM}{100} = 0,04\ EM$
* A: 800.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$
\begin{aligned}
\mathrm{VP}^{GA} &= A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}\right]+\frac{L}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}-\frac{n}{(1+i)^n}\right]\\
\mathrm{VP}^{GA} &= 800.000\left[\frac{(1+0,04)^{20}-1}{0,04\,(1+0,04)^{20}}\right]+\frac{20.000}{0,04}\left[\frac{(1+0,04)^{20}-1}{0,04\,(1+0,04)^{20}}-\frac{20}{(1+0,04)^{20}}\right]\\
\mathrm{VP}^{GA} &= 13.103.555
\end{aligned} \tag{115}
$$

Paso 4. Análisis de los resultados Pagar en el momento cero 13.103.555, es equivalente a pagar 20 cuotas mensuales que aumenten en 20.000 para ajustar los valores a la inflación, siendo el primer pago 800.000 a una tasa del 4% efectivo mensual.

Valor presente de gradiente geométrico (VP^{GG})

Un gradiente geométrico es un valor en una fecha focal en el momento cero, de una serie de pagos perios que aumentan cada uno, respecto al anterior en un porcentaje fijo.

Los elementos del gradiente geométrico son:

- **Pago (A)**: Valor de la primera cuota de la serie.
- **Incremento (T)**: Razón a a que crecerá la serie.
- **Periodo de pago**: Momento del tiempo donde se hace el pago, el cual puede ser al comienzo (anticipado) o al final (vencido).
- **Plazo o número de pagos (n)**: Periodo que transcurre entre el primer y último pago.
- **Tasa de la interés (J ó i)**: Tipo de interés que se reconoce para la operación; las tasas nominales deben pasarse a tasas efectivas.

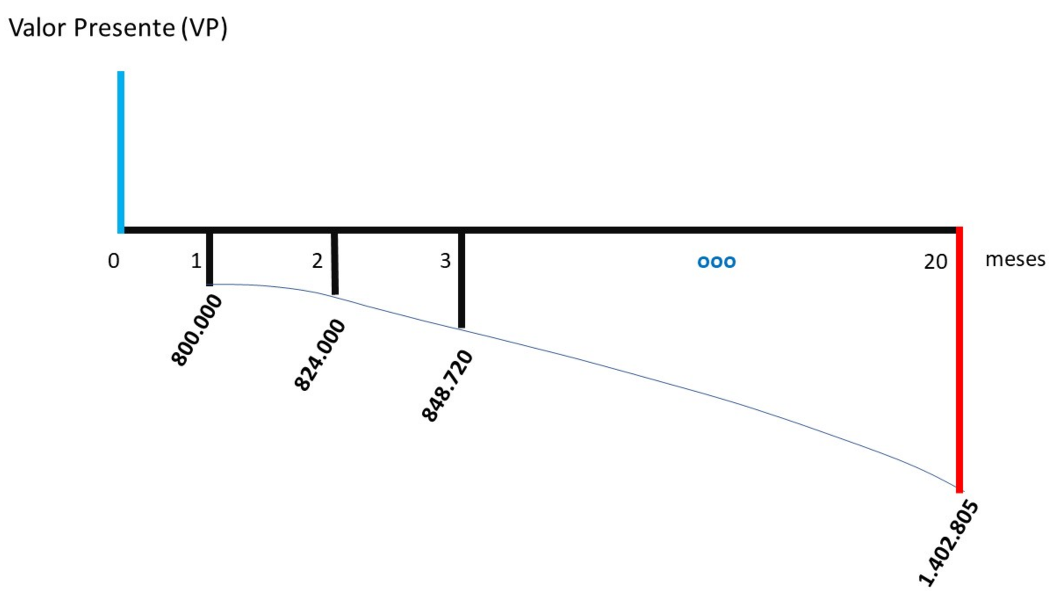
Ejemplo 2.
Para incrementar la producción, se desea adquirir una maquina, el vendedor indica que la financiación consiste en que esta se pague mediante una serie de 20 pagos (20 cuotas) que inician en 800.000; para ajustar el valor a la inflación, las cuotas se ajustarán (incrementarán) cada mes en 3%, y una tasa de interés sería del 4% EM. ¿Cuál es el valor de la máquina en valor presente?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- p: ¿ ?
- T: 3%
- n: con vencimiento a 20 meses
- J:
- i: $\frac{4\%\ EM}{100} = 0,04\ EM$
- A: 800.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$
\begin{aligned}
\mathrm{VP}^{GG} &= A\left[\frac{(1+T)^n-(1+i)^n}{(T-i)\,(1+i)^n}\right] \\
\mathrm{VP}^{GG} &= 800.000\left[\frac{(1+3\%)^{20}-(1+0,04)^{20}}{(3\%-0,04)\,(1+0,04)^{20}}\right] \\
\mathrm{VP}^{GG} &= 16.874.435
\end{aligned}
\tag{116}
$$

Paso 4. Análisis de los resultados Pagar en el momento cero 16.874.435, es equivalente a pagar 20 cuotas mensuales que aumenten en 3% para ajustar los valores a la inflación, siendo el primer pago 800.000 a una tasa del 4% efectivo mensual.

Valor presente de gradiente aritmético (VP^{GA})

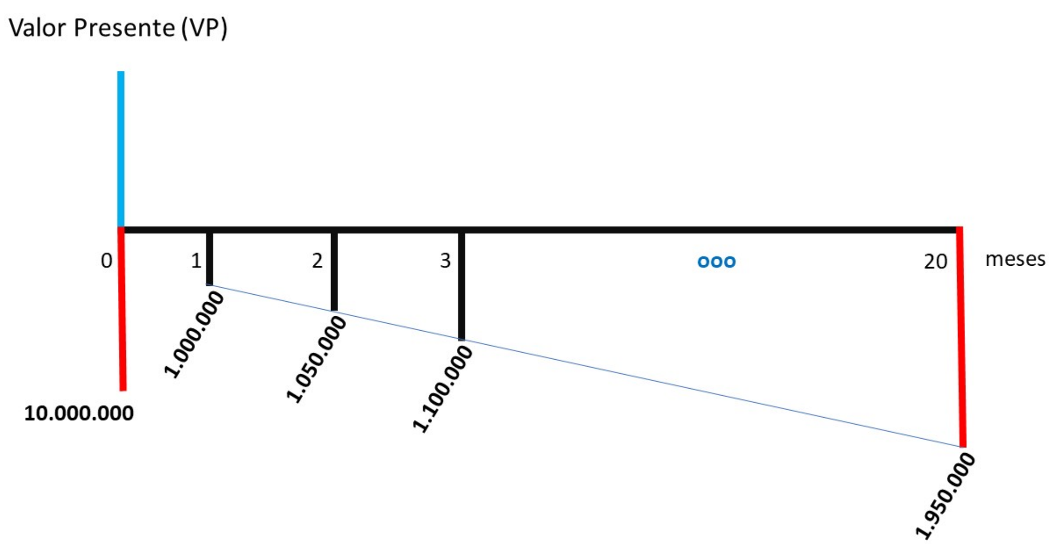
Ejemplo 3.
Para incrementar la producción, se desea adquirir una maquina, el vendedor indica que la financiación consiste en que se aporta una cuota inicial de 10.000.000 y el saldo se pague mediante una serie de 20 pagos (20 cuotas) que inician en 1.000.000; para ajustar el valor a la inflación, las cuotas se ajustarán (incrementarán) cada mes en 50.000, y una tasa de interés sería del 1,9% EM. ¿Cuál es el valor de la máquina en valor presente?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

* p: ¿ ?
* L: 50.000
* n: con vencimiento a 20 meses
* J:
* i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
* A: 1.000.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$\text{Valor Maquinaria} = \text{Cuota Inicial} + \underbrace{A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}\right] + \frac{L}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$Valor\ Maquinaria = \underbrace{10.000.000}_{cuota\ inicial} +$$

$$\underbrace{1.000.000\left[\frac{(1+0,019)^{20}-1}{0,019\,(1+0,019)^{20}}\right] + \frac{50.000}{0,019}\left[\frac{(1+0,019)^{20}-1}{0,019\,(1+0,019)^{20}} - \frac{20}{(1+0,019)^{20}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$Valor\ Maquinaria = \underbrace{10.000.000}_{cuota\ inicial} + \underbrace{23.837.333}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$\textit{Valor Maquinaria} = \underbrace{33.837.333}_{\textit{en el momento cero}}$$

Paso 4. Análisis de los resultados El valor total de la maquina, teniendo en cuenta la cuota inicial de 10.000.000 es de 33.837.333, lo cual es equivalente a abonar 10.000,000 y a pagar 20 cuotas mensuales que aumenten en 50.000 para ajustar los valores a la inflación, siendo el primer pago 1.000.000 a una tasa del 1,9% efectivo mensual.

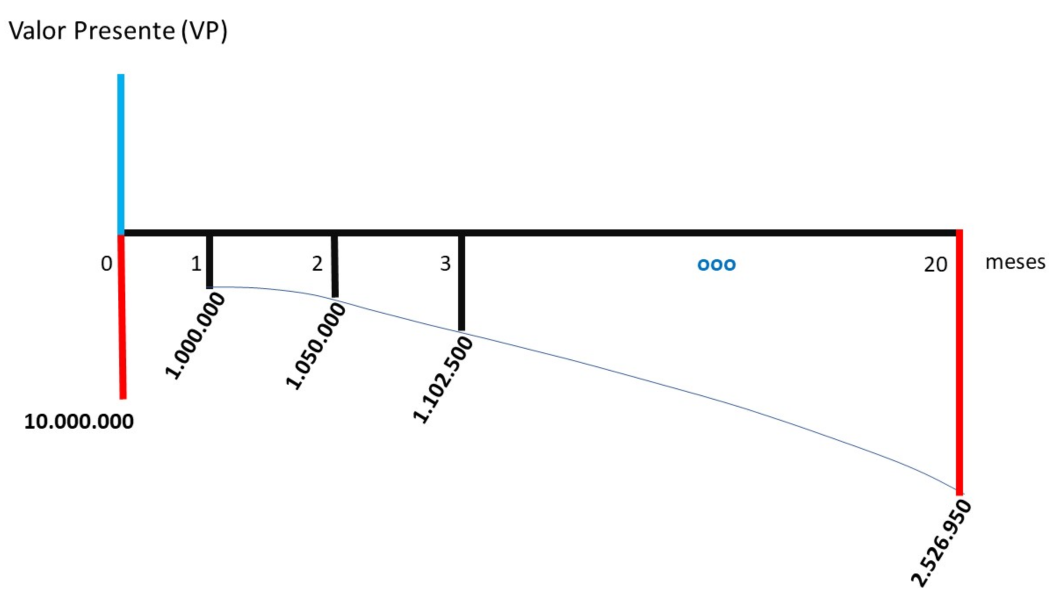
Ejemplo 4.
Para incrementar la producción, se desea adquirir una maquina, el vendedor indica que la financiación consiste en que se aporta una cuota inicial de 10.000.000 y el saldo se pague mediante una serie de 20 pagos (20 cuotas) que inician en 1.000.000; para ajustar el valor a la inflación, las cuotas se ajustarán (incrementarán) cada mes en 5%, y una tasa de interés sería del 1,9% EM. ¿Cuál es el valor de la máquina en valor presente?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- p: ¿ ?
- T: 5%
- n: con vencimiento a 20 meses
- J:
- i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
- A: 1.000.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$
\begin{aligned}
Valor\ Maquinaria &= \underbrace{10.000.000}_{cuota\ inicial} + \underbrace{A\left[\frac{(1+T)^n-(1+i)^n}{(T-i)(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente} \\
Valor\ Maquinaria &= \underbrace{10.000.000}_{cuota\ inicial} + \underbrace{1.000.000\left[\frac{(1+5\%)^{20}-(1+0,019)^{20}}{(5\%-0,019)(1+0,019)^{20}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente} \\
\mathrm{VP}^{GG} &= 36.482.837
\end{aligned} \tag{117}
$$

Paso 4. Análisis de los resultados

Pagar en el momento cero 36.482.837, es equivalente a dar una cuota inicial de 10.000.000 y pagar 20 cuotas mensuales que aumenten en 5% para ajustar los valores a la inflación, siendo el primer pago 1.000.000 a una tasa del 1,9% efectivo mensual.

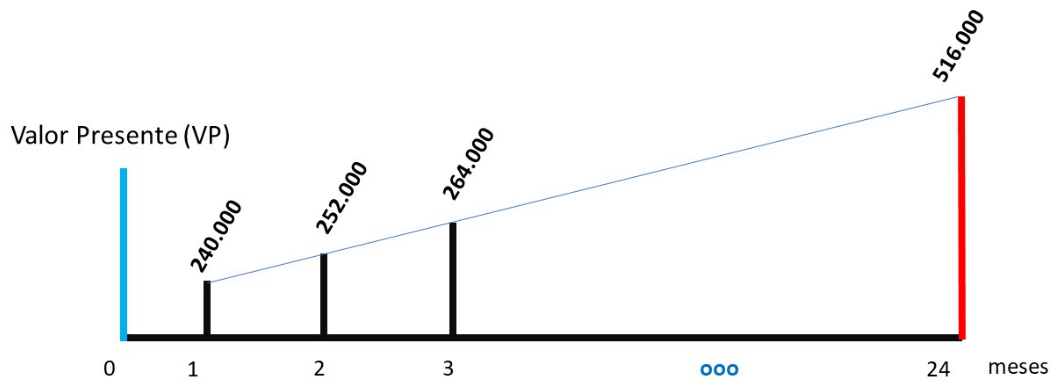
Ejemplo 5.
Debido al aumento en la demanda en el mercado de las cremalleras, estas han sufrido un incremento en los precios pasando de pasando de 100 a 120 por unidad. Teniendo en cuenta lo anterior, los directivos de la empresa ABC adquieren una nueva maquinaria, la cual permite incrementar la producción en 2000 unidades al mes, las cuales se incrementarán en 100 unidades adicionales por mes. calcular los ingresos generados luego de dos años, para evaluar el flujo tomar la tasa de rendimiento de un CDT el cual es del 1,9% EM. ¿Cuál es el beneficio generado por la adquisición de la máquina en valor presente?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- p: ¿ ?
- L: 100 unidades * 120 Precio = 12.000 Ingreso adicional
- n: con vencimiento a 24 meses
- J:
- i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
- A: 2.000 unidades * 120 precio = 240.000 Ingreso

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$\text{V Maqu} = \underbrace{A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}\right]+\frac{L}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}-\frac{n}{(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$V\ Maqu = \underbrace{240.000\left[\frac{(1+0,019)^{24}-1}{0,019\,(1+0,019)^{24}}\right]+\frac{12.000}{0,019}\left[\frac{(1+0,019)^{24}-1}{0,019\,(1+0,019)^{24}}-\frac{24}{(1+0,019)^{24}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$Valor\ Maquinaria = \underbrace{7.024.787}_{en\ el\ momento\ cero}$$

$*\ Donde\ V\ Maqu = Valor\ de\ la\ Maquinaria$

Paso 4. Análisis de los resultados

Para la empresa los beneficios generados por la compra de la maquina estan representados en terminos de ingresos, pues al evaluar en valor presente, por el incremento en la producción se obtendrán unos beneficios de 7.024.787.

Ejemplo 6.

Debido al aumento en la demanda en el mercado de las cremalleras, estas han sufrido un incremento en los precios pasando de pasando de 100 a 120 por unidad. Teniendo en cuenta lo anterior, los directivos de la empresa ABC adquieren una nueva maquinaria, la cual permite incrementar la producción en 2000 unidades al mes, las cuales se incrementarán en 5% de unidades adicionales por mes. calcular los ingresos generados luego de dos años, para evaluar el flujo tomar la tasa de rendimiento de un CDT el cual es del 1,9% EM. ¿Cuál es el beneficio generado por la adquisición de la máquina en valor presente?

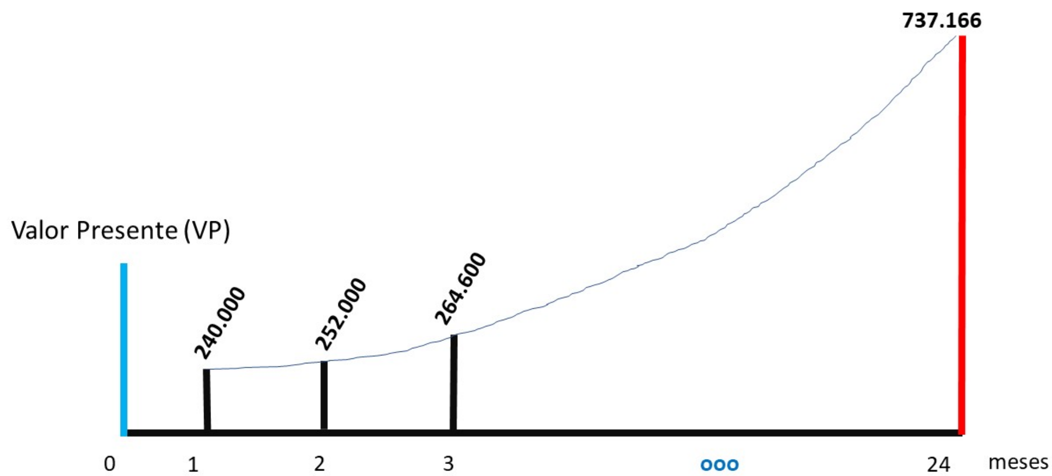
Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

Deuda

- p: ¿ ?
- T: 5%
- n: con vencimiento a 24 meses
- J:
- i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$

- A: 2.000 unidades * 120 precio = 240.000 Ingreso

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$
\begin{aligned}
Valor\ Maquinaria &= \underbrace{A\left[\frac{(1+T)^n-(1+i)^n}{(T-i)\,(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente} \\
Valor\ Maquinaria &= \underbrace{240.000\left[\frac{(1+5\%)^{24}-(1+0,019)^{24}}{(5\%-0,019)\,(1+0,019)^{24}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente} \qquad (118)\\
\mathrm{VP}^{GG} &= 8.151.300
\end{aligned}
$$

Paso 4. Análisis de los resultados

Para la empresa los beneficios generados por la compra de la maquina estan representados en terminos de ingresos, pues al evaluar en valor presente, por el incremento en la producción se obtendrán unos beneficios de 8.151.300.

Ejemplo 7.
Un individuo desea comprar un vehículo de trabajo al contado, cuyo valor es de 50.000.000, el cual tiene una vida útil de 5 años, el comprador estíma que esta alternativa generará un ingreso mensual de 3.000.000, el cual se irá incrementando en 50.000. No obstante, consulta el costo de mantenimiento mensual el cual asciende a 800.000 el primer mes y se incrementa en adelante en 100.000. Evaluar en valor presente esta alternativa de inversión. Para evaluar los flujos, se tomará la tasa de rendimiento de un CDT el cual es del 1,9% EM. ¿Sería una buena alternativa de inversión la adquisición de este vehículo?

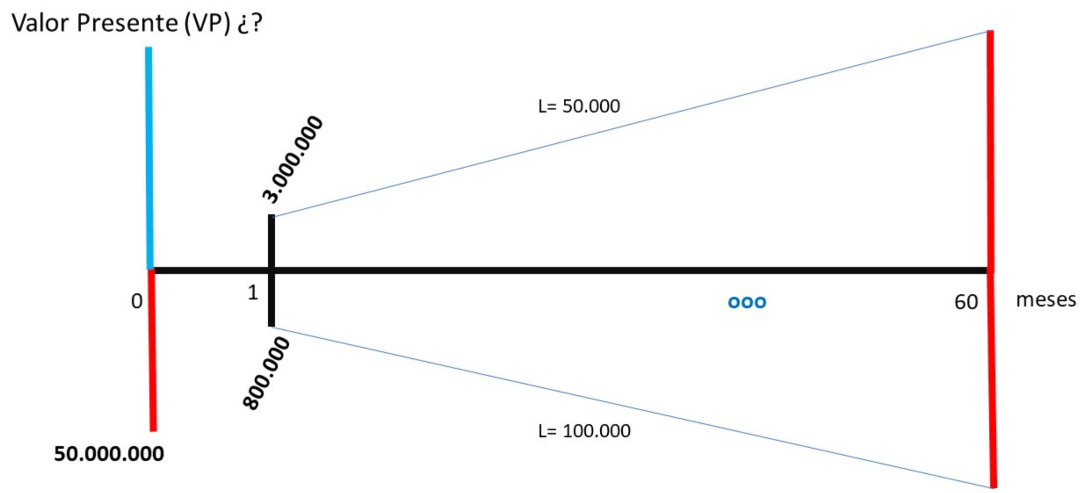
Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

INGRESOS

- p: ¿ ?
- L: 50.000
- n: con vencimiento a 60 meses

* J:
* i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
* A: 3.000.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$\text{Ingresos } = \underbrace{A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}\right]+\frac{L}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}-\frac{n}{(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$\text{Ingresos } = \underbrace{3.000.000\left[\frac{(1+0,019)^{60}-1}{0,019\,(1+0,019)^{60}}\right]+\frac{50.000}{0,019}\left[\frac{(1+0,019)^{60}-1}{0,019\,(1+0,019)^{60}}-\frac{60}{(1+0,019)^{60}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$\text{Ingresos } = \underbrace{149.544.951}_{en\ el\ momento\ cero}$$

Paso 4. Análisis de los resultados del gradiente de ingresos

Para la empresa los beneficios generados por la compra del vehículo estan representados en terminos de ingresos, pues al evaluar en valor presente se obtendrán unos beneficios de 149.544.951.

EGRESOS

* p: ¿ ?
* L: 100.000
* n: con vencimiento a 60 meses
* J:
* i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
* A: 800.000

Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$\text{Costo } = \underbrace{A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}\right]+\frac{L}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}-\frac{n}{(1+i)^n}\right]}_{\text{valor presente del gradiente}}$$

$$\text{Costo } = \underbrace{800.000\left[\frac{(1+0,019)^{60}-1}{0,019\,(1+0,019)^{60}}\right]+\frac{100.000}{0,019}\left[\frac{(1+0,019)^{60}-1}{0,019\,(1+0,019)^{60}}-\frac{60}{(1+0,019)^{60}}\right]}_{\text{valor presente del gradiente}}$$

$$\text{Costo } = \underbrace{113.876.236}_{\text{en el momento cero}}$$

Paso 4. Análisis de los resultados del gradiente de los egresos

Para el comprador los ingresos generados por esta alternativa serían de 149.544.951. No obstante, debe tenerse en cuenta el pago de contado del vehículo de 50.000.000, más los costos de mantenimiento que en valor presente ascienden a 113.876.236. Por lo tanto, para analizar en valor presente los resultados de esta inversión (beneficio o pérdidas), tendremos:

BENEFICIOS (ó Pérdidas) = INGRESOS - (INVERSIÓN INICIAL + COSTOS DE MANTENIMIENTO)
BENEFICIOS (ó Pérdidas) = 149.544.951 - (50.000.000 + 113.876.236)
BENEFICIOS (ó Pérdidas) = -14.331.285

En estas condiciones debido a los altos costos de mantenimiento se tendrían perdidas del orden de -14.331.285 en este negocio.

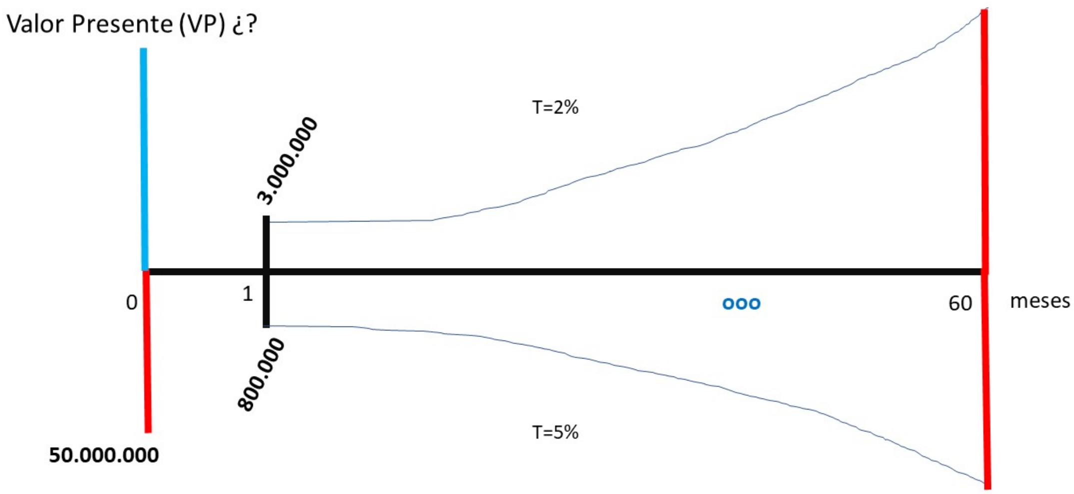
Ejemplo 8.
Un individuo desea comprar un vehículo de trabajo en 50.000.000 el cual tiene una vida útil de 5 años, el comprador estíma que esta alternativa generará un ingreso mensual de 3.000.000, el cual se irá incrementando en 2%. no obstante, consulta el costo de mantenimiento mensual el cual asciende a 800.000 el primer mes y se incrementa en adelante en 5%. Evaluar en valor presente esta alternativa de inversión. Para evaluar los flujos, se tomará la tasa de rendimiento de un CDT el cual es del 1,9% EM. ¿Sería una buena alternativa de inversión la adquisición de este vehículo?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

INGRESOS

- p: ¿ ?
- T: 2%
- n: con vencimiento a 60 meses
- J:
- i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
- A: 3.000.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$
\begin{aligned}
Ingresos &= \underbrace{A\left[\frac{(1+T)^n-(1+i)^n}{(T-i)\,(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente} \\
Ingresos &= \underbrace{3.000.000\left[\frac{(1+2\%)^{60}-(1+0,019)^{60}}{(2\%-0,019)\,(1+0,019)^{60}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente} \\
\text{VP}^{GG} &= 181.855.993
\end{aligned}
\tag{119}
$$

Paso 4. Análisis de los resultados del gradiente de ingresos

Para la empresa los beneficios generados por la compra del vehículo estan representados en terminos de ingresos, pues al evaluar en valor presente se obtendrán unos beneficios de 181.855.993.

EGRESOS

- p: ¿ ?
- T: 5%
- n: con vencimiento a 60 meses
- J:
- i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
- A: 800.000

Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$
\begin{aligned}
Costos &= \underbrace{A\left[\frac{(1+T)^n-(1+i)^n}{(T-i)\,(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente} \\
Costos &= \underbrace{800.000\left[\frac{(1+5\%)^{60}-(1+0,019)^{60}}{(5\%-0,019)\,(1+0,019)^{60}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente} \qquad (120)\\
\text{VP}^{GG} &= 130.017.853
\end{aligned}
$$

Paso 4. Análisis de los resultados del gradiente de los egresos

Para el comprador los ingresos generados por esta alternativa serían de 181.855.993. No obstante, debe tenerse en cuenta el pago de 50.000.000 inicial, más los costos de mantenimiento que en valor presente ascienden a 130.017.853. Por lo tanto, para analizar en valor presente los resultados de esta inversieneficio o pérdidas, tendremos:

BENEFICIOS (ó Pérdidas) = INGRESOS - (INVERSIÓN INICIAL + COSTOS DE MANTENIMIENTO)
BENEFICIOS (ó Pérdidas) = 181.855.993 - (50.000.000 + 130.017.853)
BENEFICIOS (ó Pérdidas) = 1.838.140

En estas condiciones debido a los altos costos de mantenimiento se tendrían un beneficio del orden de 1.838.140 en este negocio.

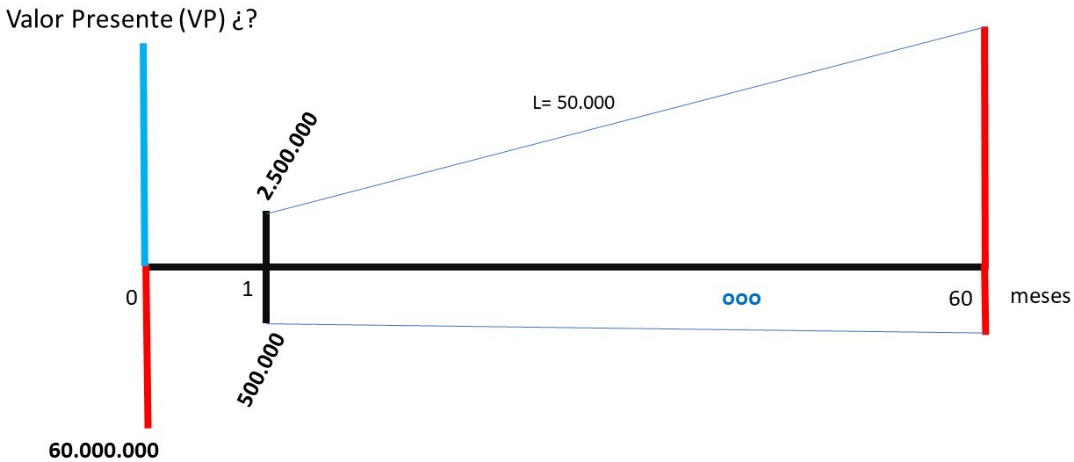
Ejemplo 9.
Un individuo desea comprar un vehículo de trabajo al contado, cuyo valor es de 60.000.000, el cual tiene una vida útil de 5 años, el comprador estíma que esta alternativa generará un ingreso mensual de 2.500.000, el cual se irá incrementando en 50.000. No obstante, para hacerle frente a los costos de mantenimiento el individuo prevee hacer un ahorro mensual de 500.000. Evaluar en valor presente esta alternativa de inversión. Para evaluar los flujos, se tomará la tasa de rendimiento de un CDT el cual es del 1,9% EM. ¿Sería una buena alternativa de inversión la adquisición de este vehículo?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

INGRESOS

* p: ¿ ?
* L: 50.000
* n: con vencimiento a 60 meses
* J:
* i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
* A: 2.500.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$\text{Ingresos } = \underbrace{A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}\right]+\frac{L}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}-\frac{n}{(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$\text{Ingresos } = \underbrace{2.500.000\left[\frac{(1+0,019)^{60}-1}{0,019\,(1+0,019)^{60}}\right]+\frac{50.000}{0,019}\left[\frac{(1+0,019)^{60}-1}{0,019\,(1+0,019)^{60}}-\frac{60}{(1+0,019)^{60}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$\text{Ingresos } = \underbrace{131.735.945}_{en\ el\ momento\ cero}$$

Paso 4. Análisis de los resultados del gradiente de ingresos

Para la empresa los beneficios generados por la compra del vehículo estan representados en terminos de ingresos, pues al evaluar en valor presente se obtendrán unos beneficios de 131.735.945.

EGRESOS

- p: ¿ ?
- n: con vencimiento a 60 meses
- J:
- i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$
- A: 500.000

Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$Costo = \underbrace{A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}_{Valor\ presente\ anualidad}$$

$$Costo = \underbrace{500.000\left[\frac{1-(1+0,019\ EM)^{-60}}{0,019\ EM}\right]}_{Valor\ presente\ del\ anualidad} \tag{121}$$

$$Costo = \underbrace{17.809.006}_{Valor\ presente\ anualidad,\ ya\ en\ la\ fecha\ focal}$$

Costo = $\underbrace{17.809.006}_{en\ el\ momento\ cero}$

Paso 4. Análisis de los resultados del gradiente de los egresos

Para el comprador los ingresos generados por esta alternativa serían de 131.735.945. No obstante, debe tenerse en cuenta el pago de contado del vehículo de 60.000.000, más los costos de mantenimiento que en valor presente ascienden a 17.809.006. Por lo tanto, para analizar en valor presente los resultados de esta inversión (beneficio o pérdidas), tendremos:

BENEFICIOS (ó Pérdidas) = INGRESOS - (INVERSIÓN INICIAL + COSTOS DE MANTENIMIENTO)
BENEFICIOS (ó Pérdidas) = 131.735.945 - (60.000.000 + 17.809.006)
BENEFICIOS (ó Pérdidas) = 53.926.939

En estas condiciones debido a los altos costos de mantenimiento se tendrían perdidas del orden de 53.926.939 en este negocio.

Ejemplo 10.
Un individuo desea comprar un vehículo de trabajo al contado, cuyo valor es de 60.000.000, el cual tiene una vida útil de 5 años, el comprador estíma que esta alternativa generará un ingreso mensual de 2.500.000, el cual se irá incrementando en 2%. No obstante, para hacerle frente a los costos de mantenimiento el individuo prevee hacer un ahorro mensual de 500.000. Evaluar en valor presente esta alternativa de inversión. Para evaluar los flujos, se tomará la tasa de rendimiento de un CDT el cual es del 1,9% EM. ¿Sería una buena alternativa de inversión la adquisición de este vehículo?

Ejemplo 11.
Un individuo desea comprar un vehículo de trabajo al contado, cuyo valor es de 70.000.000, el cual tiene una vida útil de 5 años, el comprador estíma que esta alternativa generará un ingreso mensual de 3.200.000, el cual se irá incrementando en 60.000. No obstante, para hacerle frente a los costos de mantenimiento el individuo prevee hacer un ahorro mensual de 800.000. Evaluar en valor presente esta alternativa de inversión. Para evaluar los flujos, se tomará la tasa de rendimiento de un CDT el cual es del 1,9% EM. ¿Sería una buena alternativa de inversión la adquisición de este vehículo?

Paso 1. Planteamiento del problema en Estructuras (E)

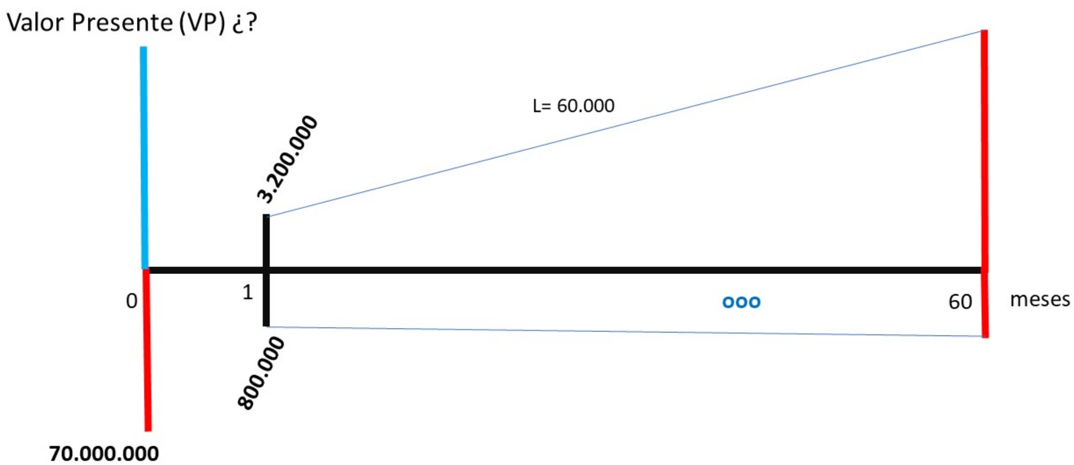
INGRESOS

- p: ¿ ?
- L: 60.000
- n: con vencimiento a 60 meses
- J:

* i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$

* A: 3.200.000

Paso 2. Elaboramos el diagrama de flujo



Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$\text{Ingresos } = \underbrace{A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}\right]+\frac{L}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i\,(1+i)^n}-\frac{n}{(1+i)^n}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$\text{Ingresos } = \underbrace{3.200.000\left[\frac{(1+0,019)^{60}-1}{0,019\,(1+0,019)^{60}}\right]+\frac{60.000}{0,019}\left[\frac{(1+0,019)^{60}-1}{0,019\,(1+0,019)^{60}}-\frac{60}{(1+0,019)^{60}}\right]}_{valor\ presente\ del\ gradiente}$$

$$\text{Ingresos } = \underbrace{165.206.736}_{en\ el\ momento\ cero}$$

Paso 4. Análisis de los resultados del gradiente de ingresos

Para la empresa los beneficios generados por la compra del vehículo estan representados en terminos de ingresos, pues al evaluar en valor presente se obtendrán unos beneficios de 165.206.736.

EGRESOS

* p: ¿ ?

* n: con vencimiento a 60 meses

* J:

* i: $\frac{1{,}9\%\ EM}{100} = 0,019\ EM$

* A: 800.000

Paso 3. Utilizando la expresión de valor presente de un gradiente

$$
\begin{aligned}
Costo &= \underbrace{A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}_{Valor\ presente\ anualidad} \\
Costo &= \underbrace{800.000\left[\frac{1-(1+0,019\ EM)^{-60}}{0,019\ EM}\right]}_{Valor\ presente\ del\ anualidad} \\
Costo &= \underbrace{28.494.410}_{Valor\ presente\ anualidad,\ ya\ en\ la\ fecha\ focal}
\end{aligned}
\tag{122}
$$

Costo = $\underbrace{28.494.410}_{en\ el\ momento\ cero}$

Paso 4. Análisis de los resultados del gradiente de los egresos

Para el comprador los ingresos generados por esta alternativa serían de 165.206.736. No obstante, debe tenerse en cuenta el pago de contado del vehículo de 60.000.000, más los recursos destinados a cubrir los costos de mantenimiento que en valor presente ascienden a 28.494.410. Por lo tanto, para analizar en valor presente los resultados de esta inversión (beneficio o pérdidas), tendremos:

BENEFICIOS (ó Pérdidas) = INGRESOS - (INVERSIÓN INICIAL + COSTOS DE MANTENIMIENTO)
BENEFICIOS (ó Pérdidas) = 165.206.736 - (70.000.000 + 28.494.410)
BENEFICIOS (ó Pérdidas) = 66.712.326

En estas condiciones debido a los altos costos de mantenimiento se tendrían beneficios del orden de 66.712.326 en este negocio, en estas condiciones.

Evaluación de alternativas de inversión

Esta sección está basada en Navarro (2005); en Ortegón et al. (2005); en Valdés (2009) y Banco Mundial (1992). Desde un punto de vista financiero, una inversión implica asignar recursos en el presente con el fin de recibir beneficios en el futuro, razón por la cual, el inversionista buscará recuperar la inversión inicial y obtener el máximo de beneficios como sea posible.

Para poder tomar las mejores decisiones sobre la inversión requiere puntos de referencia, en este contexto, la tasa de interés que le servirá como guía para poder tomar la decisión de invertir o no., la tasa que cumple esta función se conocerá como la tasa de oportunidad del inversionista.

Los fondos o recursos que se utilizarán en el proyecto deben tener un rendimiento, este rendimiento es conocido como tasa de interés de oportunidad, y esta tasa servirá asimismo para transladar los fondos beneficios al momento cero o valor presente.

La tasa de interés de oportunidad permite calcular el Valor Actual Neto de una inversión y así determinar si una inversión es rentable o no.

Para establecer si la inversión es buena o mala:

1. Se toma la fecha focal en el momento cero, es decir en valor presente.
2. Se utilizan la tasa de intereés de oportunidad para llevar esos valores a momento cero.
3. Se calculan los indicadores de bondad financiera
   (a) Se analiza los resultados del Valor Presente Neto (VPN).
   (b) Se compara la TIR y la TIO y las alternativas que tenga el inversionista
   (c) Se analiza la relación beneficio costo
4. Si el rendimiento del proyecto excede las expectativas del inversionista, desde el punto de vista financiero, el proyecto es viable.

El flujo de fondos financiero

La evaluacinanciera se realiza a través de la presentación organizada de los beneficios y costos financieros de un proyecto, los cuales se resumen en los indicadores de rentabilidad (1. Valor Presente Neto VPN, 2. Tasa Interna de Retorno TIR, 3. Relacineficio Costo R B/C), los cuales están definidos con base en unos criterios determinados (Tasa de Interés de Oportunidad TIO). De esta manera cada proyecto podrá compararse con otros para tomar una decisi la conveniencia de realizarlo.

La herramienta mas oportuna para presentar de manera organizada la relación de ingresos y gastos es el flujo de fondos

Ejemplo 1
Elaborar el flujo de fondos y calcular los indicadores de bondad financiera, para un proyecto que requiere una inversión inicial de 260, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuación: Año 1 500; Año 2 600; Año 3 800; Año 4 900, los costos de operaci estiman en 170 el primer año; Año 2 180; Año 3 200; Año 4 210. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duraci 5 años, suponga una tasa de interés de oportunidad del 21%.

Valor Presente Neto (VPN)

$$\begin{aligned}
VPN &= -260 + \frac{330}{(1+TIO)^1} + \frac{420}{(1+TIO)^2} + \frac{600}{(1+TIO)^3} + \frac{690}{(1+TIO)^4} \\
VPN &= -260 + \frac{330}{(1+21\%)^1} + \frac{420}{(1+21\%)^2} + \frac{600}{(1+21\%)^3} + \frac{690}{(1+21\%)^4} \\
VPN &= 960
\end{aligned} \tag{123}$$

Table 11

Flujo de caja sin financiamiento

INGRESOS	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
Operacionales	0	500	600	800	900
EGRESOS					
Costo de operación	0	170	180	200	210
Costos de inversión	260				
FLUJO NETO	**-260**	**330**	**420**	**600**	**690**

Los resultados indican que el proyecto recupera la inversión inicial 260 y genera un beneficio adicional de 960

Para calcular la TIR, igualamos el polinomio de grado 4 a cero

$$\begin{aligned} 0 &= -260 + \frac{330}{(1+X)^1} + \frac{420}{(1+X)^2} + \frac{600}{(1+X)^3} + \frac{690}{(1+X)^4} \\ TIR &= 147\% \end{aligned} \tag{124}$$

Los resultados indican que la rentabilidad del proyecto es del 147%

Ingresos operacionales ($Ing.Ope$)

$$\begin{aligned} Ing.Ope &= \frac{500}{(1+TIO)^1} + \frac{600}{(1+TIO)^2} + \frac{800}{(1+TIO)^3} + \frac{900}{(1+TIO)^4} \\ Ing.Ope &= \frac{500}{(1+21\%)^1} + \frac{600}{(1+21\%)^2} + \frac{800}{(1+21\%)^3} + \frac{900}{(1+21\%)^4} \\ Ing.Ope &= 1.694 \end{aligned} \tag{125}$$

Son todos los beneficios en valor presente que va a generar el proyecto durante toda su vida útil

Egresos = Costos de operación + Costos de Inversión

Valor presente Neto (VPN)

$$\begin{aligned} Egresos &= 260 + \frac{170}{(1+TIO)^1} + \frac{180}{(1+TIO)^2} + \frac{200}{(1+TIO)^3} + \frac{210}{(1+TIO)^4} \\ Egresos &= 260 + \frac{170}{(1+21\%)^1} + \frac{180}{(1+21\%)^2} + \frac{200}{(1+21\%)^3} + \frac{210}{(1+21\%)^4} \\ Egresos &= 734 \end{aligned} \tag{126}$$

Evaluados en valor presente, son todos los costos y gastos asociados al proyecto durante toda su vida útil

Relación beneficio costo RB/C

$$\begin{aligned}
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= \frac{Ingresos\ Operacionales}{Egresos} \\
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= \frac{1.694}{734} \\
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= 2,3
\end{aligned} \tag{127}$$

Los resultados permiten inferir que en valor presente, durante su vida útil, los ingresos generados por el proyecto, serán superiores a los costos y gastos de mismo.

Con base a lo anterior, se puede establecer que desde el punto de vista financiero el proyecto es viable.

Ejemplo 2

Elaborar el flujo de fondos y calcular los indicadores de bondad financiera (VPN. TIR, RB/C), para un proyecto que requiere una inversión inicial de 500, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuación: Año 1 500; Año 2 550; Año 3 600 y Año 4 800., los costos de operación se estiman en 100 el primer año, y en adelante unos costos anuales de 150. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duración de 5 años, suponga una rentabilidad mínima del 10%; con un IPC de 5%, y una DTF del 6%; suponga unos impuestos del 30% y que los equipos se deprecian 10 cada año.

Table 12

Flujo de caja con depreciación e impuestos

	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
Ingresos operacionales		500	550	600	800
- Costos de operación		100	150	150	150
- Depreciación		10	10	10	10
GANANCIAS GRAVABLES		**390**	**390**	**440**	**640**
- Impuestos 30%		117	117	132	192
GANANCIAS NETAS		**273**	**273**	**308**	**448**
+ Depreciación		10	10	10	10
- Costos de inversión	500				
FLUJO NETO	**-500**	**283**	**283**	**318**	**458**

Valor Presente Neto (VPN)

$$\begin{aligned}
VPN &= -500 + \frac{283}{(1+TIO)^1} + \frac{283}{(1+TIO)^2} + \frac{318}{(1+TIO)^3} + \frac{458}{(1+TIO)^4} \\
VPN &= -500 + \frac{283}{(1+21\%)^1} + \frac{283}{(1+21\%)^2} + \frac{318}{(1+21\%)^3} + \frac{458}{(1+21\%)^4} \\
VPN &= 320
\end{aligned} \tag{128}$$

Los resultados indican que el proyecto recupera la inversión inicial 500 y genera un beneficio adicional de 320

Para calcular la TIR, igualamos el polinomio de grado 4 a cero

$$\begin{aligned}
0 &= -500 + \frac{283}{(1+X)^1} + \frac{283}{(1+X)^2} + \frac{318}{(1+X)^3} + \frac{458}{(1+X)^4} \\
TIR &= 50\%
\end{aligned} \tag{129}$$

Los resultados indican que la rentabilidad del proyecto es del 50%

Ingresos operacionales ($Ing.Ope$)

$$\begin{aligned}
Ing.Ope &= \frac{500}{(1+TIO)^1} + \frac{550}{(1+TIO)^2} + \frac{600}{(1+TIO)^3} + \frac{800}{(1+TIO)^4} \\
Ing.Ope &= \frac{500}{(1+21\%)^1} + \frac{550}{(1+21\%)^2} + \frac{600}{(1+21\%)^3} + \frac{800}{(1+21\%)^4} \\
Ing.Ope &= 1.501
\end{aligned} \tag{130}$$

Son todos los beneficios en valor presente que va a generar el proyecto durante toda su vida útil

Egresos = Costos de operación + Costos de Inversón

$$\begin{aligned}
Egresos &= 500 + \frac{100}{(1+TIO)^1} + \frac{150}{(1+TIO)^2} + \frac{150}{(1+TIO)^3} + \frac{150}{(1+TIO)^4} \\
Egresos &= 500 + \frac{100}{(1+21\%)^1} + \frac{150}{(1+21\%)^2} + \frac{150}{(1+21\%)^3} + \frac{150}{(1+21\%)^4} \\
Egresos &= 840
\end{aligned} \tag{131}$$

Evaluados en valor presente, son todos los costos y gastos asociados al proyecto durante toda su vida útil

Relación beneficio costo RB/C

$$\begin{aligned}
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= \frac{Ingresos\ Operacionales}{Egresos} \\
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= \frac{1.501}{840} \\
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= 1,8
\end{aligned} \tag{132}$$

Los resultados permiten inferir que en valor presente, durante su vida útil, los ingresos generados por el proyecto, serán superiores a los costos y gastos de mismo. Con base a los resultados anteriores se puede establecer que desde el punto de vista financiero el proyecto es recomentable.

Ejemplo 3
Elaborar el flujo de fondos y calcular los indicadores de bondad financiera, para un proyecto que requiere una inversión inicial de 200, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuación: Año 1 180; Año 2 220; Año 3 280; Año 4 320, los costos de operación se estiman en 80 el primer año; Año 2 90; Año 3 110; Año 4 130. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duraci 5 años, suponga una tasa de interés de oportunidad del 21%; unos impuestos del 33%, y que se va a financiar mediante un crédito 40 para el año cero, el cuál se tomará a una tasa del 20% efectiva anual; un valor de salvamento correspondiente al 30% de los costos de inversión y una depreciación de 10 para cada año.

Table 13

Fujo de caja

	Año 0	**Año 1**	**Año 2**	**Año 3**	**Año 4**
Ingresos operacionales		**180**	**220**	**280**	**320**
Salvamento					**60**
- Costos de operación		80	90	110	130
- Intereses		8,0	6,5	4,7	2,6
- Depreciación		10	10	10	10
GANANCIA GRAVABLES		**82**	**113**	**155**	**237**
- Impuestos 33 %		27	37	51	78
GANANCIA NETAS		**55**	**76**	**104**	**159**
+ Depreciación		10	10	10	10
- Costos de inversión	**200**				
+ Créditos	40				
- Amortización del créditos		15,5	15,5	15,5	15,5
FLUJO NETO	**-160**	**49**	**71**	**99**	**154**

Valor Presente Neto (VPN)

$$\begin{aligned} VPN &= -160 + \frac{49}{(1+TIO)^1} + \frac{71}{(1+TIO)^2} + \frac{99}{(1+TIO)^3} + \frac{154}{(1+TIO)^4} \\ VPN &= -160 + \frac{49}{(1+21\%)^1} + \frac{71}{(1+21\%)^2} + \frac{99}{(1+21\%)^3} + \frac{154}{(1+21\%)^4} \\ VPN &= 123 \end{aligned} \tag{133}$$

Los resultados indican que el proyecto recupera la inversión inicial 200 y genera un beneficio adicional de 123

Para calcular la TIR, igualamos el polinomio de grado 4 a cero

-160 49 71 99 154

$$
\begin{aligned}
0 &= -160 + \frac{49}{(1+X)^1} + \frac{71}{(1+X)^2} + \frac{99}{(1+X)^3} + \frac{154}{(1+X)^4} \\
TIR &= 36\%
\end{aligned}
\tag{134}
$$

Los resultados indican que la rentabilidad del proyecto es del 36%

Ingresos operacionales ($Ing.Ope$)

$$
\begin{aligned}
Ing.Ope &= \frac{180}{(1+TIO)^1} + \frac{220}{(1+TIO)^2} + \frac{280}{(1+TIO)^3} + \frac{320}{(1+TIO)^4} \\
Ing.Ope &= \frac{180}{(1+21\%)^1} + \frac{220}{(1+21\%)^2} + \frac{280}{(1+21\%)^3} + \frac{320}{(1+21\%)^4} \\
Ing.Ope &= 876
\end{aligned}
\tag{135}
$$

Son todos los beneficios en valor presente que va a generar el proyecto durante toda su vida útil

Egresos = Costos de operación + Costos de Inversión

Valor Neto Actual (VNA)

$$
\begin{aligned}
Egresos &= 200 + \frac{180}{(1+TIO)^1} + \frac{220}{(1+TIO)^2} + \frac{280}{(1+TIO)^3} + \frac{320}{(1+TIO)^4} \\
Egresos &= 200 + \frac{180}{(1+21\%)^1} + \frac{220}{(1+21\%)^2} + \frac{280}{(1+21\%)^3} + \frac{320}{(1+21\%)^4} \\
Egresos &= 560
\end{aligned}
\tag{136}
$$

Evaluados en valor presente, son todos los costos y gastos asociados al proyecto durante toda su vida útil

Relación beneficio costo RB/C

$$
\begin{aligned}
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= \frac{Ingresos\ Operacionales}{Egresos} \\
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= \frac{876}{560} \\
\text{Relación beneficio costo } (RB/C) &= 1,57
\end{aligned}
\tag{137}
$$

Los resultados permiten inferir que en valor presente, durante su vida útil, los ingresos generados por el proyecto, serán superiores a los costos y gastos de mismo.

Con base a lo anterior, se puede establecer que desde el punto de vista financiero el proyecto es viable.

Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE)

En algunas ocasiones se desea escoger una alternativa que represente los menores costos, por ejemplo, deseo comparar la adquisición de maquinaria, donde en el mercado tengo varias opciones de proveedores, cuyos costos de mantenimiento y vída útil difieren. En estas situaciones resulta útil la aplicación del CAUE.

Una forma de resolver el problema consiste en organizar las alternativas para compararlas en sus tres componentes (se presentan a continuación) y escoger la alternativa que represente los menores costos, es decir, la alternativa con menor CAUE.

Componentes:

- Inversión original: Costo de adquisición; Valor de la maquinaria.
- Costos de operación (o mantenimiento): Es el valor mensual o anual de operar y realizar mantenimientos a un bien.
- Salvamento (ó valor residual): Es el valor que posee un bien al final de su vida útil, el cual puede ser recuperado por medio de la venta del mismo.
- los flujos son evaluados a la Tasa de interés de Oportunidad (TIO)

para esto:

Primero A_1
El costo de adquisición se convierte en una serie uniforme (pago; cuota ó costo periodico) utilizando para ello la expresión del valor presente de una anualidad (VP_A), la cual tendrá una duración igual a la vida útil del proyecto, esta se puede interpretar como costo por unidad de tiempo (preferiblemente años).

Tomamos la expresión del valor presente de una anualidad (VP$_A$)

$$
\begin{aligned}
VP_A &= A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \\
VP_A &= A\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \\
\frac{VP_A}{\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]} &= A \\
A &= \frac{VP_A}{\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}
\end{aligned} \tag{138}
$$

En el contexto de una alternativa, se adapta la anterior expresión a:

$$
\boxed{A = \frac{valor\ de\ maquinaria}{\left[\frac{1-(1+TIO)^{-n\ (es\ la\ vda\ til)}}{TIO}\right]}} \tag{139}
$$

$$
\tag{140}
$$

Segundo A_2
Llevar el costo de matenimiento y operación a un valor anual, de esta forma, se genera una serie anual corrspondiente al costo de mantenimiento u operación, cabe resaltar que de esta forma, esta cifra ya se encuentra en forma de serie uniforme, por tanto no requiere ninguna conversión

Tercero A_3
Para convertir el valor de salvamento en una serie uniforme (pago; cuota ó costo periodico), debe tenerse en cuenta que el salvamento está en el periodo n, es decir es un valor que se recupera al final, por lo tanto, se utilizará el valor de una suma futura equivalente (VF_A) que tendrá una duración igual a la vida útil del proyecto, esta se puede interpretar como costo por unidad de tiempo (preferiblemente años). Como el valor se salvamento representa una entrada de dinero o beneficio, esta cantidad entrará con signo negativo.

Tomamos la expresión valor de una suma futura equivalente (VF_A)

$$\begin{aligned} VF_A &= \frac{A\left[(1+i)^n - 1\right]}{i} \\ \frac{VF_A * i}{\left[(1+i)^n - 1\right]} &= A \\ A &= \frac{VF_A * i}{\left[(1+i)^n - 1\right]} \\ A &= \frac{VF_A * i}{\left[(1+i)^n - 1\right]} \end{aligned} \tag{141}$$

En el contexto de una alternativa, se adapta la anterior expresión a:

$$\boxed{A = \frac{valor\ de\ salvamento * TIO}{\left[(1+TIO)^n \ - 1\right]}} \tag{142}$$

(143)

Cuarto
Para hallar el CAUE vamos a sumar los tres componentes, teniendo en cuenta que el valor del salvamento va con signo negativo por representar un ingreso.

CAUE= $\text{A}_1 + A_2 - A_3$

Decisión
Elegimos la alternativa con un menor CAUE

Ejemplo 1
El campo del tratamiento de aguas residuales de pozos petroleros, se pretende fortalecer el proceso de tratamiento a partir del uso de filtros coalescente, cuyo funcionamiento consiste en atravesar el agua a tratar por un lecho de porosidad graduada efectuándose la coalescencia de las partículas desde un tamacroscópico inicial hasta formar gotas de mayor tamaño que se desprenden por la acción de la gravedad. En dicho proceso reulta fundamental el uso de las columnas de absorción, el cual es un equipo donde se realiza un proceso por el cual átomos, iones o moléculas de gases, lidos o sólidos disueltos son retenidos en una superficie. Se desea evaluar la alternativa de cambiar el actual, donde existen dos opciones

Alternativa 1. Adquirir una columna de absorción cuyo costo es de 9.500.000, el cuiene una vida útil de 4 años, el costo de operación anual es de 800.000 y el valor de salvamento es de 3.500.000

Alternativa 2. Adquirir una columna de absorción cuyo costo es de 19.500.000, el cuiene una vida útil de 10 años, el costo de operación anual es de 500.000 y el valor de salvamento es de 6.500.000

Alternativa 1

Primero A_1
Tomamos la expresión del valor presente de una anualidad (VP$_A$)

$$A_1 = \frac{9.500.000}{\left[\frac{1-(1+0{,}21)^{-4}}{0{,}21}\right]} \qquad (144)$$
$$A_1 = 3.739.508$$

Segundo A_2
Costo de mantenimiento y operación anual 800.000 $A_2 = 800.000$

Tercero A_3
Tomamos la expresión valor de una suma futura equivalente (VF_A)

$$A_3 = \frac{3.500.000 * (0,21)}{\left[(1+0,21)^4 - 1\right]} \qquad (145)$$
$$A_3 = 642.714$$

$$\begin{aligned} CAUE_1 &= A_1 + A_2 - A_3 \\ CAUE_1 &= 3.739.508 + 800.000 - 642.714 \qquad (146) \\ CAUE_1 &= 3.896.795 \end{aligned}$$

Alternativa 2

Primero A_1
Tomamos la expresión del valor presente de una anualidad (VP$_A$)

$$A_1 = \frac{19.500.000}{\left[\frac{1-(1+0{,}21)^{-10}}{0{,}21}\right]} \qquad (147)$$
$$A_1 = 4.809.972$$

Segundo A_2
Costo de mantenimiento y operación anual 500.000 $A_2 = 500.000$

Tercero A_3
Tomamos la expresión valor de una suma futura equivalente (VF_A)

$$A_3 = \frac{6.500.000 * (0,21)}{\left[(1+0,21)^{10} - 1\right]} \qquad (148)$$
$$A_3 = 238.324$$

$$
\begin{aligned}
CAUE_1 &= A_1 + A_2 - A_3 \\
CAUE_1 &= 4.809.972 + 500.000 - 238.324 \\
CAUE_1 &= 5.071.648
\end{aligned} \tag{149}
$$

Ejemplo 2

El campo del tratamiento de aguas residuales de pozos petroleros, se pretende fortalecer el proceso de tratamiento a partir del uso de filtros coalescente, cuyo funcionamiento consiste en atravesar el agua a tratar por un lecho de porosidad graduada efectuándose la coalescencia de las partículas desde un tamacroscópico inicial hasta formar gotas de mayor tamaño que se desprenden por la acción de la gravedad. En dicho proceso reulta fundamental el uso de las columnas de absorción, el cual es un equipo donde se realiza un proceso por el cual átomos, iones o moléculas de gases, lidos o sólidos disueltos son retenidos en una superficie. Se desea evaluar la alternativa de cambiar el actual, donde existen dos opciones

Alternativa 1. Adquirir una columna de absorción cuyo costo es de 9.550.583, el cuál tiene una vida útil de 10 años, el costo de operación anual está representado en: Mano de Obra 2 trabajadores con salario de 2.000.000 mensuales; Energía costo 1.000.000 mensual y Mantenimiento preventivo 1.000.000 anual., el valor de salvamento es del 30% del costo de adquisición.

Alternativa 2. Adquirir una columna de absorción cuyo costo es de 15.393.399, , el cuál tiene una vida útil de 18 años, el costo de operación anual está representado en: Mano de Obra 2 trabajadores con salario de 2.000.000 mensuales; Energía costo 1.000.000 mensual y Mantenimiento preventivo 1.000.000 anual., el valor de salvamento es del 30% del costo de adquisición.

Alternativa 1

Primero A_1

Tomamos la expresión del valor presente de una anualidad (VP$_A$)

$$
\begin{aligned}
A_1 &= \frac{9.550.583}{\left[\frac{1-(1+0{,}21)^{-10\ aos}}{0{,}21}\right]} \\
A_1 &= 2.355.796
\end{aligned} \tag{150}
$$

Segundo A_2

Costo de mantenimiento y operación anual

$$
\begin{aligned}
Costo\ Mano\ Obra &= 2\ trabajadores\ 2.000.000\ mensuales:\ 24.000.000\ anual \\
Energa &= 1.000.000\ mensuales: 12.000.000\ anuales \\
Mantenimiento\ preventivo &= 1.000.000\ anual \\
Total\ Costo &= 37.000.000\ anual
\end{aligned} \tag{151}
$$

$A_2 = 37.000.000$

Tercero A_3

Tomamos la expresión valor de una suma futura equivalente (VF_A)

Sacamos el 30% a el valor de adquisición, lo cual equivale 2.865.175

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{2.865.175 * (0,21)}{\left[(1+0,21)^{10\ aos} - 1\right]} \\ A_3 &= 105.052 \end{aligned} \tag{152}$$

$$\begin{aligned} CAUE_1 &= A_1 + A_2 - A_3 \\ CAUE_1 &= 2.355.796 + 37.000.000 - 105.052 \\ CAUE_1 &= 39.250.744 \end{aligned} \tag{153}$$

Alternativa 2

Primero A_1
Tomamos la expresión del valor presente de una anualidad (VP$_A$)

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{15.393.399}{\left[\frac{1-(1+0,21)^{-18\ aos}}{0,21}\right]} \\ A_1 &= 3.340.682 \end{aligned} \tag{154}$$

Segundo A_2
Costo de mantenimiento y operación anual

$$\begin{aligned} Costo\ Mano\ Obra &= 2\ trabajadores\ 2.000.000\ mensuales:\ 24.000.000\ anual \\ Energa &= 1.000.000\ mensuales: 12.000.000\ anuales \\ Mantenimiento\ preventivo &= 1.000.000\ anual \\ Total\ Costo &= 37.000.000\ anual \end{aligned} \tag{155}$$

$A_2 = 37.000.000$

Tercero A_3
Tomamos la expresión valor de una suma futura equivalente (VF_A)
Sacamos el 30% a el valor de adquisición, lo cual equivale 3.418.019

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{3.418.019 * (0,21)}{\left[(1+0,21)^{18\ aos} - 1\right]} \\ A_3 &= 23.996 \end{aligned} \tag{156}$$

$$\begin{aligned} CAUE_1 &= A_1 + A_2 - A_3 \\ CAUE_1 &= 3.340.682 + 37.000.000 - 23.996 \\ CAUE_1 &= 40.316.686 \end{aligned} \tag{157}$$

Debido a que el CAUE de la alternativa 1 es menor resulta una mejor opción, a pesar, que la segunda alternativa parece más atractiva, pues aparentemente tenía ventajas su mayor duración y sus menores costos de mantenimiento, no obstante la inversión que requiere resulta mayor.

Table 14

Comparativo CAUE dos alternativas

CAUE 1	39.250.744
CAUE 2	40.316.686

Ejercicios

Ejercicio 1

Elaborar el flujo de fondos y calcular los indicadores de bondad financiera, para un proyecto que requiere una inversión inicial de 500, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuación: Año 1 200; y del as en adelante 300, los costos de operaci estiman en 100 el primer año, y en adelante unos costos anuales de 150. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duraci 5 años, suponga una tasa de interés de oportunidad del 2%.

Ejercicio 2

Elaborar el flujo de fondos y calcular los indicadores de bondad financiera (VPN, TIR, RB/C), para un proyecto que requiere una inversión inicial de 800, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuaciño 1 250; en el año 2 60 y del año tres en adelante 320, los costos de operación se estiman en 180 el primer año, y en adelante unos costos anuales de 250. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duraci 8 años, suponga una rentabilidad mínima del 8%; con un IPC de 5%, y una DTF del 6%.

Ejercicio 3

Elaborar el flujo de fondos, construir los polinomios asociados a los indicadores, calcular los indicadores de bondad financiera (VPN, TIR, RB/C), analizar los resultados y plantear una recomendación, para un proyecto que requiere una inversiicial de 600, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuación: año 1 350; en el año 2 550 y del año tres en adelante 600, los costos de operación se estiman en 280 el primer año, y en adelante unos costos anuales de 220. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duración de 16 años, suponga una rentabilidad mínima del 10%; con un IPC de 5%, y una DTF del 9%.

Ejercicio 4

Elaborar el flujo de fondos, construir los polinomios asociados a los indicadores, calcular los indicadores de bondad financiera (VPN, TIR, RB/C), analizar los resultados y plantear una recomendación, para un proyecto que requiere una inversión inicial de 300, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuación año 1 120; y del año dos en adelante 280, los costos de operación se estiman en 150 el primer a en adelante unos costos anuales de 120. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duración de 10 años, suponga una rentabilidad mínima del 9%; con un IPC de 4%, y una DTF del 7%.

Ejercicio 5

Elaborar el flujo de fondos, construir los polinomios asociados a los indicadores, calcular los indicadores de bondad financiera (VPN, TIR, RB/C), analizar los resultados y plantear una recomendación, para un proyecto que requiere una inversión inicial de 750, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuación año 1 220; y del año dos 240, en adelante 280, los costos de operaci estiman en 230 el primer año, y en adelante unos costos anuales de 160. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duraci 15 años, suponga una rentabilidad mma del 5%; con un IPC de 3%, y una DTF del 9%.

Ejercicio 6

Elaborar el flujo de fondos, construir los polinomios asociados a los indicadores, calcular los indicadores de bondad financiera (VPN, TIR, RB/C), analizar los resultados y plantear una recomendación, para un proyecto que requiere una inversiicial de 900, y el cual arroja para el año 1 unos beneficios 850, y unos los costos de operaci 180, en adelante proyectar con el IPC. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duraci 8 a contados una vez finalizado el año cero, suponga una rentabilidad mínima del 8%. Con un IPC de 5%, y una DTF del 6%.

Ejercicio 7

Elaborar el flujo de fondos, construir los polinomios asociados a los indicadores, calcular los indicadores de bondad financiera (VPN, TIR, RB/C), analizar los resultados y plantear una recomendación, para un proyecto que requiere una inversión inicial de 900 y el cual arroja para el anos beneficios 450, y unos los costos de operaci 280, en adelante proyectar con el IPC. Tenga en cuenta que el proyecto tendra duración de 10 a contados una vez finalizado el año cero, suponga una rentabilidad mínima del 10%. Con un IPC de 5%, y una DTF del 9%.

Ejemplo 8

Elaborar el flujo de fondos y calcular los indicadores de bondad financiera (VPN, TIR, RB/C), para un proyecto que requiere una inversión inicial de 800, y el cual arroja unos beneficios como se detalla a continuación: Año 1 950, los costos de operación se estiman en 180. Tenga en cuenta que el proyecto tendrá una duración de 8 años, suponga una rentabilidad mínima del 8%; con un IPC de 5%, y una DTF del 6%; suponga unos impuestos del 33% y que los equipos se deprecian 5

References

Baca, G. (2005). *Ingeniería económica*. Planeta.

Baca Urbina, G. (1998). Evaluación de proyectos. *Edición Mc Graw Hill. México, DF*.

Banco Mundial, W. (1992). *Libro de consulta para evaluación ambiental: Políticas, procedimientos y problemas intersectoriales*. Number 333.714 B213-l. Washington, US: Banco Mundial.

Blank, L. T., Tarquin, A. J., and B., C. F. M. (1991). *Ingeniería económica*. Number 658.15/B64eE. McGraw-Hill.

Fornasari, J. and Berbery, G. (2006). Curso de matematica financiera. *Nobuko: Bibliográfica de Voros. Recuperado el*, 26.

García, J. A. (2000). *Matemáticas financieras: con ecuaciones de diferencia finita*. Number HF5693. G37 2008.

Mora, J. M. R. and Cárdenas, E. E. M. (2010). *Matemática financiera interés, tasas y equivalencias*. Editorial Trillas.

Navarro, H. (2005). *Manual para la evaluación de impacto de proyectos y programas de lucha contra la pobreza*. Cepal.

Ortegón, E., Pacheco, J. F., and Prieto, A. (2005). *Metodología del marco lógico para la planificación, el seguimiento y la evaluación de proyectos y programas*. Cepal.

Valdés, M. (2009). La evaluación de impacto de proyectos sociales: Definiciones y conceptos. *revista electrónica Mapunet, Santiago de Chile. Recuperado de https://www. mapunet. org/documentos/mapuches/Evaluacion_impacto_de_proyectos_s oficiales. pdf*.